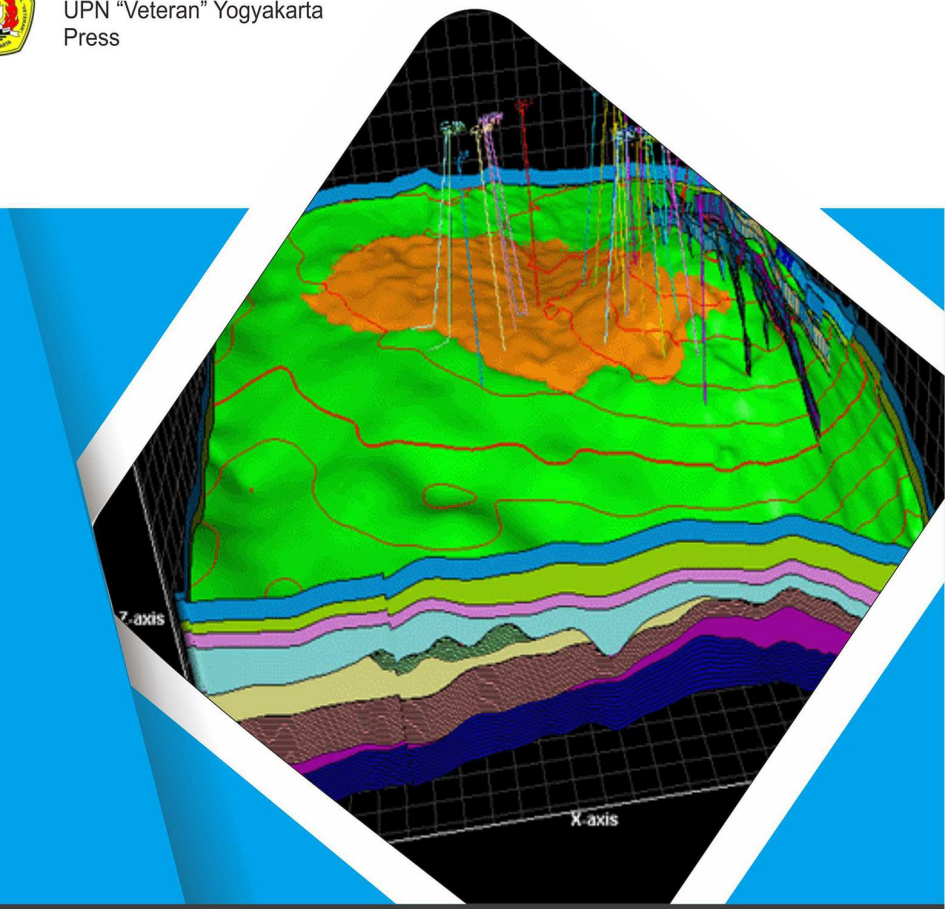
LPPM
UPN "Veteran" Yogyakarta
Press



LANGKAH KERJA PEMODELAN NUMERIK PEMBENTUKAN SCALING MENGGUNAAKAN SOFTWARE CMG-STARS PADA SUMUR PANAS BUMI

Computer Modelling Group Ltd.

Dr. Ir. Drs. Herianto, M.T.
M.Th. Kristiati EA, S.T., M.T.
Ir. Bambang Bintarto, M.T.
Dewi Asmorowati, S.T., M.Eng.

ISBN 978-623-7594-32-1

Judul Buku :

Langkah Kerja Pemodelan Numerik

Pembentukan *Scaling* Menggunakan *Software*

CMG-STARS pada Sumur Panas Bumi

Penulis:

Dr. Ir. Drs. H. Herianto, M.T.

M. Th. Kristiati, E.A., S.T., M.T.

Ir. Bambang Bintarto, M.T.

Dewi Asmorowati, S.T., M.Eng.

Editor & Cetak :
Dewi Asmorowati, S.T., M.Eng.

Desain Layout dan Cover :
Ir. Bambang Bintarto, M.T.

Diterbitkan oleh :
LPPM UPN "Veteran" Yogyakarta Press

ISBN :

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis ucapkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala curahan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Buku yang berjudul ñLangkah Kerja Pemodelan Numerik Pembentukan Scaling Menggunakan Software CMG-Stars Pada Sumur Panasbumiò

Buku ini menyajikan pembahasan tentang pemodelan numerik embentukan *scaling* di sumur panas bumi menggunakan simulator CMG-STARS. Scaling merupakan salah satu masalah terbesar dalam industri panas bumi. Pembentukan scaling dapat mengurangi diameter sumur yang berakbat turunnya produksi fluida dari sumur-sumur panas bumi. Oleh karena itu, pembentukan scaling adalah salah satu hal yang cukup krusial dalam operasi produksi panas bumi.

Pada Buku ini, Scaling di sumur yang menjad bahan tinjauan. Simulator CMG-STARS

digunakan untuk memodelkan pembentukan *scale* di sumur panas bumi. Untuk dapat memahami materi yang disajikan, diperlukan pengetahuan tentang simulasi numerik, terutama CMG STARS. Mekipun langkah-langkah pemodelan cukup detail dijelaskan, konsep-konsep dasar simulasi penting agar pembaca mampu mengikuti alur pembahasan buku.

Penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada semua pihak-pihak yang telah berkontribusi dalam penyusunan buku ini. Penulis juga menyadari bahwa buku ini masih belum sempurna. Oleh karena itu, penulis terbuka terhadap tanggapa, kritik, saran, dan diskusi yang membangun, sehingga dapat menyempurnakan Buku ini.

Penulis

DAFTAR ISI

(Lanjutan)

1.4.8. Dasar Analisa Pembentukan Scaling pada Simulator CMG 30
1.4.9. Pemodelan Lubang Sumur 32
1.4.10 SAM (Semi-Analytical Wellbore Model) 33
1.4.11. Flexwell 34
1.4.12. Reservoir History Matching 35
1.4.13. Hasil Simulasi Sink Source Sumur 37
1.4.14. Hasil Simulasi Flexwell Sumur 38
1.4.15. Identifikasi Scaling Rate dengan Menggunakan Fitur Flexwell 40
1.4.16. Aliran Vertikal pada Sumur Panas Bumi 40

DAFTAR ISI

(Lanjutan)

Bab II. Pembuatan Model Reservoir Tabung 47

Bab III. Pembuatan Model Sumur 62

Bab IV. *Reservoir History Matching* 72

Bab V. *Model Sink/Source wells* 78

Bab VI. Model *Flexwell* 80

Bab VII. Output Simulasi 82

Referensi 90

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Flowchart 4
Gambar 2. Deposisi Scale pada Dinding Sumur. 6
Gambar 3. Harga K pada Berbagai Ionic Strength 21
Gambar 4. CMG Technologies Launcher..... 23
Gambar 5. CMG Model Builder 24
Gambar 6. Procedure of Volumetric Rate Determination..... 36
Gambar 7. Icon CMG Launcher 47
Gambar 8. Launcher Box..... 48
Gambar 9. Builder ï Reservoir Simulator Settings..... 49
Gambar 10. Tampilan Builder 50
Gambar 11. Pembuatan Grid Radial 51
Gambar 12. Tampilan General Property Specification..... 52
Gambar 13. Tampilan Properties 53
Gambar 14. Component and Phase Properties.. 54
Gambar 15. Component Definition..... 55
Gambar 16. Tampilan P vs Rs 56

DAFTAR GAMBAR
(Lanjutan)

Gambar 17. Tampilan Reaction 57
Gambar 18. Tampilan Rock Type..... 58
Gambar 19. Tampilan Permeabilitas Relatif..... 59
Gambar 20. Tampilan Initial Condition..... 60
Gambar 21. Tampilan STARS Numerical 61
Gambar 22. Tampilan New Well 63
Gambar 23. Tampilan Constraint..... 65
Gambar 24. Tampilan Well Events..... 66
Gambar 25. Tampilan Well Completion..... 68
Gambar 26. Tampilan Dates 68
Gambar 27. Tampilan Simulation Dates..... 70
Gambar 28. Tampilan Heater Well..... 71
Gambar 29. Tampilan CMG Launcher 73
Gambar 30. Tampilan Result Graph 74
Gambar 31. Hasil History Matching..... 75
Gambar 32. Hasil Tekanan Simulasi 76
Gambar 33. Tampilan Well Events..... 78
Gambar 34. Tampilan Input Parameter..... 79
Gambar 35. Tampilan Flexwell 80
Gambar 36. Tampilan Menu Sumur Baru..... 81

DAFTAR GAMBAR
(Lanjutan)

Gambar 37. Tampilan Simulation Result..... 83
Gambar 38. Output file writing..... 84
Gambar 39. Tampilan Run Simulator Sebelum Simulasi..... 85
Gambar 40. Tampilan Run Simulator saat Simulasi..... 86
Gambar 41. Tampilan Hasil Simulasi 1..... 87
Gambar 42. Tampilan Hasil Simulasi 2..... 88
Gambar 43. Tampilan Hasil Simulasi 3..... 89

DAFTAR TABEL

Tabel 1. Komposisi Kimia yang Terdapat pada Reservoir Panas Bumi 7
Tabel 2. Faktor Konversi Perhitungan Ionic Strength 20

I. Pendahuluan

I.1. Latar Belakang

Scale adalah deposisi padat yang terbentuk dari presipitasi kimia komposisi cairan pada reservoir panasbumi. *Scaling* adalah masalah umum yang kerap dihadapi dalam industri panas bumi terutama dalam sumur produksi & injeksi, pipa, dan pembangkit listrik. Deposisi padatan ini mengurangi diameter di dalam lubang sumur (casing) dan pipa pada fasilitas produksi. Masalah ini akan menyebabkan kekurangan suplai uap ke turbin.

Prediksi dan model untuk identifikasi laju pengendapan *scaling* sangat berguna untuk manajemen produksi yang baik yang akan menguntungkan perusahaan, misal menentukan waktu yang tepat untuk melakukan *well washing* ataupun metode stimulasi sumur yang lain nya.

Pemodelan sumur menggunakan *software* CMG-STARS dapat di lakukan dengan baik dan memiliki kelebihan dari simulator lainnya yang tersimulasi secara *isothermal*. Pemodelan sumur pada *software* CMG-STARS ini diharapkan dapat membuat

model pembentukan endapan *scale* pada dinding sumur yang dapat mengurangi diameter sumur pada saat produksi, sehingga perusahaan dapat membuat simulasi dengan berbagai parameter percobaan dan mengetahui efek dari perubahan parameter tersebut terhadap ketebalan endapan *scale* pada sumur yang akan terjadi. Pemodelan endapan *scale* pada sumur ini juga dapat memudahkan perusahaan dalam melakukan stimulasi sumur.

I.2. Metodologi

Metodologi yang digunakan dalam penulisan skripsi ini yaitu dimulai dengan pengumpulan data-data sumur yang meliputi data tekanan, temperatur, laju produksi secara teori dan tekanan kepala sumur, dan tekanan reservoir.

Selanjutnya, adalah memodelkan reservoir di sekeliling Sumur R-5 secara sederhana dengan parameter-parameter-parameter dalam CMG STARS yaitu *input/output* untuk menentukan parameter output *file*, *rock-fluid* untuk membuat

sifat-sifat antara batuan dan fluida seperti permeabilitas relatif, mendefinisikan *component* yang terkandung dalam fluida panasbumi seperti kandungan NCG maupun parameter yang dapat menyebabkan *scaling*, *numerical set* dan *well & recurrent data*.

Setelah itu di lakukan *history matching* dengan laju produksi uap *theoretical* dan tekanan reservoir pada sumur R-5 yang mempertimbangkan geometri sumur, kekasaran media pipa dan kapasitas panas dari media casing tersebut, kemudian model sumur di validasi dengan data PTS.

Setelah data-data model sumur dan sumur asli nya di anggap *match,* maka dilakukan simulasi dengan melakukan *history matching* dengan laju penurunan sumur aktual dan kemudian investigasi pengendapan *scale* pada dinding sumur. Alur pengerjaan ini dapat di lihat Pada **Gambar 1.**

Masalah ini akan menyebabkan penurunan suplai uap ke turbin. Faktor fisik utama yang mempengaruhi proses *scaling* adalah faktor tekanan dan temperatur. Kelarutan komposisi kimia dari fluida yang berubah selama produksi karena adanya kehilangan tekanan temperatur di dalam sumur. Fluida panas bumi yang terdiri dari ion positif (*kation*) dan ion negative (*anion*) bereaksi dengan air panas, sehingga menyebabkan pengendapan *scale*. Berikut komposisi kimia yang umumnya terdapat dalam fluida panas bumi:

Tabel 1. Komposisi Kimia yang Terdapat pada Reservoir Panas Bumi

Na^+	Fe^{2+}	Br^-	NH_3	Cs^+
K^+	Al^{3+}	I^-	SiO_2	Rb^+
Ca^{2+}	Mn^{2+}	B	Cu^{2+}	Pb^{2+}
Mg^{2+}	Cl^-	As	HCO_3^-	
Li^+	SO_4^{2+}	H_2S	F^-	

Scaling pada panas bumi biasanya terbentuk karena mineral kristalin atau mineral *amorph* yang biasanya menempel pada permukaan *casing*

1. Pembentukan awal dari koloid diikuti pengendapan bertahap dari koloid tersebut.
2. Pengendapan secara langsung pada permukaan padatan

1.4.1.2. *Scale Calcium Sulfate* ($CaSO_4$)

Scale Calcium Sulfate terbentuk dari reaksi ion kalsium dan ion sulfat reaksinya sebagai berikut:

$$Ca^{2+} + SO_4^{2-} \quad \ddot{Y} \quad CaSO_4$$

Jenis kalsium sulfat pada umumnya berupa gypsum atau hidrous kalsium sulfat ($CaSO_4.2H_2O$), dimana $CaSO_4$ hanya terbentuk anhidrit ($CaSO_4$) ataupun hemihidrat ($CaSO_4.1/2\ H_2O$), dimana $CaSO_4$ hanya terbentuk pada *temperatur* tinggi.

1.4.1.3. *Scale* Kalsium Karbonat (CaCO3)

Scale kalsium karbonat adalah jenis *scale* yang sangat umum dijumpai di sumur-sumur

panasbumi, khususnya pada *system low temperature*. *Scale* ini terbentuk dari kombinasi ion kalsium dan ion karbonat atau bikarbonat, sesuai dengan reaksi:

$Ca^{2+} + CO_3^{2-}$ Ÿ $CaCO_{3\,(s)}$

$Ca^{2+} + 2(HCO_3)$ Ÿ $CaCO_3 + CO_2 + H_2O$

Kecenderungan *scaling* ditentukan oleh rasio supersaturasi (SR) atau *supersaturation index* (SI). Rasio supersaturasi (SR) untuk kalsium karbonat didefinisikan sebagai:

$$SR = \frac{[Ca^{2+}][CO_3^{2-}]}{K_{spCaCO3}}$$

Rasio supersaturasi berdasarkan aktivitas untuk senyawa ionik untuk teori kristalisasi dinyatakan dengan,

$$Sa = \left(\frac{IP}{Ka}\right) 1/v$$

Dimana IP adalah produk aktivitas ionik dari total jumlah kation dan anion yang berdisosiasi dalam larutan dan Ka adalah produk kelarutan berdasarkan aktivitas dari garam. Oleh karena itu, untuk kalsium karbonat, rasio supersaturasi S = Sa dinyatakan sebagai:

$$S = \frac{\sqrt{[Ca^{2+}]x\ [CO_3^{2-}]}}{K_{sp}\ CaCO3}$$

Harga SI (*Supersaturation Index*) dihitung menggunakan persamaan,

$$SI = \log(\frac{IP}{Ksp})$$

terdapat tiga kemungkinan pembentukan scaling dari larutan dengan mempertimbangkan termodinamika:

- SR <1, larutannya di bawah kondisi jenuh dan tidak ada kecenderungan untuk terjadi scaling secara termodinamik.

- SR = 1, larutannya dalam kondisi setimbang.
- SR> 1, larutannya dalam kondisi jenuh dan memiliki kecenderungan tinggi untuk pembentukan scaling.

1.4.2. Identifikasi *Problem Scale*

Untuk mengidentifikasi terbentuknya *scale* dapat dilakukan berdasarkan data hasil dari analisa fluida formasi. Data tersebut berupa komponen penyusun fluida formasi seperti anion dan kation penyusun fluida tersebut, seperti Ca^{2+}, HCO_3^-, SO_4^{2-}, dsb. Selain itu juga data fisik seperti pH, temperatur, tekanan, warna, bentuk, dll.

Beberapa Metode juga dapat digunakan untuk mengidentifikasi adanya *scaling*, seperti XRD, XRF, dan SEM. Analisa XRD (*X-ray diffraction*) digunakan untuk mengidentifikasi struktur atom dan struktur molekul kristal. Sedangkan analisa XRF (*X-ray Fluorescence*) digunakan untuk mengidentifikasi elemen tertentu dalam sampel.

Model perhitungan analitis untuk laju pembentukan scaling dalam mekanisme yang berbeda masih belum dapat di mungkinkan.

1.4.4. *Software CMG (Computer Modelling Group)*

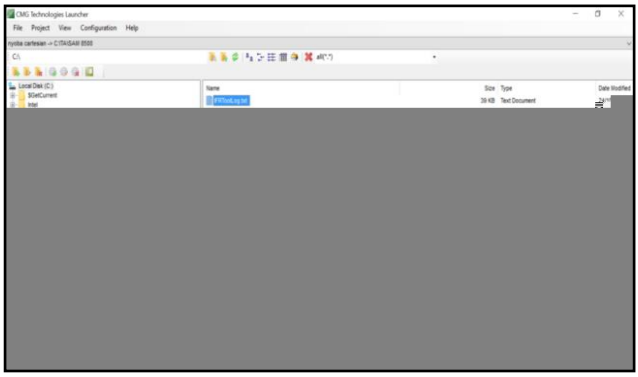
CMG (*Computer Modelling Group*) 2002.10 adalah program simulasi reservoir yang dibuat oleh Computer Modelling Group Ltd., Calgary, Canada. Program simulasi ini digunakan untuk melakukan simulasi reservoir. Program ini dapat digunakan untuk reservoir satu fasa, dua atau multi fasa dan juga dapat digunakan untuk membuat simulasi dengan dua dimensi atau tiga dimensi. CMG memiliki tiga jenis simulator yaitu IMEX, GEM, dan STARS.

Simulator IMEX digunakan untuk kondisi isothermal, aliran simultan dari minyak, gas dan air yang berhubungan dengan viskositas, gaya gravitasi dan gaya kapiler. Istilah Black Oil melambangkan bahwa fasa hidrokarbon

dipandang sebagai satu jenis cairan homogen dan tidak ditinjau dari komposisi kimianya. Komposisi fasa dianggap konstan walaupun kelarutan gas dalam minyak dan air diperhitungkan.

1.4.4.1. *Technologies Launcher*

ñ*Technologies Launcher*ò berfungsi sebagai pusat program simulasi untuk menjalankan semua bagian-bagian pada proses simulasi, dan mengatur file-file masukan dan keluaran simulator, jadi dengan demikian semua bagian tersebut seolah-olah tergabung menjadi satu bagian saja.



Gambar 4. ***CMG Technologies Launcher***

1.4.8. Dasar Analisa Pembentukan Scaling pada Simulator CMG

CMG (*Computer Modelling Group*) 2002.10 adalah program simulasi reservoir yang dibuat oleh Computer Modelling Group Ltd., Calgary, Canada. Program simulasi ini digunakan untuk melakukan simulasi reservoir. Program ini dapat digunakan untuk reservoir satu fasa, dua atau multi fasa dan juga dapat digunakan untuk membuat simulasi dengan dua dimensi atau tiga dimensi.

1.4.14. Hasil Simulasi Flexwell Sumur

Seperti yang dibahas di Bab sebelumnya, perhitungan Flexwell membutuhkan konfigurasi lubang bor yang lengkap, Selain itu, bagian-bagian sumur yang di perforasi maupun tidak harus didefinisikan dalam menu perforasi Flexwell. Output yang dihasilkan dari perhitungan Flexwell memiliki perbedaan kecil dibandingkan dengan output SAM. Tekanan, temperatur, dan kualitas uap adalah output yang sama dari Flexwell, yang dihasilkan juga oleh perhitungan SAM. Pola aliran yang dihitung dengan perhitungan Flexwell juga dipengaruhi oleh bilangan Reynold.

Langkah pertama dari validasi model ini adalah dengan mencocokan hasil data simulasi temperature dan tekanan dari fluida sepanjang aliran sumur dengan temperature dan tekanan fluida yang terukur secara actual menggunakan alat PTS.

Asumsi dari proses pencocokan ini adalah data dimana Sumur masih bersih dari scaling sehingga harga kehilangan tekanan maupun kehilangan panas sepanjang aliran tidak terpengaruh oleh adanya endapan scale di dinding liner maupun casing. Setelah harga tekanan & temperature sepanjang aliran sumur sudah sesuai, dapat di lakukan analisa.

Perubahan kualitas uap sepanjang aliran tersebut di karenakan proses kehilangan panas dan tekanan yang menyesuaikan daerah feedzone maupun dari perpindahan panas antara casing dan formasi. Flexwell juga menghasilkan data output , hasil simulasi seperti perubahan tekanan tiap grid, resistansi dari dinding casing dan fluida, slip, pola aliran dan bilangan Reynolds di munculkan dalam output *Friction & Heat.* Output paling penting yang di hasilkan Flexwell pada penelitian ini adalah *solid deposition.*

1.4.15. Identifikasi *Scaling Rate* dengan Menggunakan Fitur Flexwell

Langkah pertama yang di lakukan adalah dengan klik *allow solid deposition* pada menu FlexWell, agar reaksi yang sudah di definisikan sebelumnya dapat terjadi pada sumur dan mengendapkan padatan Silika. Kemudian model di lakukan *trial and error* dan analisa sensitivitas agar model yang sudah terpengaruh deposisi scale Silika ini dapat menirukan kondisi sebenarnya dari produksi sumur.

1.4.16. Aliran Vertikal Pada Sumur Panasbumi

Lapangan Panasbumi dengan reservoir ber-temperatur tinggi atau entalpi tinggi (T> 225 ° C) kebanyakan menghasilkan uap kering atau campuran uap dua fasa di kepala sumur. Reservoir hanya menghasilkan uap kering karena saturasi air terletak pada saturasi air yang tak dapat direduksi *(irreducible saturation)*.

Fluida air dalam kondisi reservoir ditetapkan sebagai satu fasa cairan. Kemudian, karena tekanan dan kehilangan temperatur di dalam lubang sumur, fluida akan mengalami proses *flashing*, menghasilkan uap yang terbentuk dari fasa cair. Selain campuran uap dan air, steam cap dengan volume besar dapat ditemukan pada reservoir water dominated. Steam cap ini ditemukan dalam kondisi awal atau pada proses perubahan fasa karena produksi sumur.

Standard hole dikonfigurasi dengan casing produksi berdiameter 9 5/8ò dan terdapat *slotted liner* dengan diameter 7ò. Sumur dapat dikatakan *big hole* apabila dia memiliki konfigurasi casing produksi 13 3/8ò, dan *slotted liner* sebesar 9 5/8ò atau 10 IJò. Sumur panasbumi di dapat di bor secara vertical mauapun berarah. Jika sudut inklinasinya kurang dari 2 derajat maka sumur tersebut dapat di katakana sumur vertical, namun jika sudut inklinasinya mencapai 60 derajat maka sumur tersebut adalah sumur berarah.

1.4.16.1. Persamaan Dasar

Tiga persamaan kesetimbangan menentukan aliran fluida dalam lubang sumur dalam kondisi *steady state*, yaitu: massa, momentum, dan kesetimbangan energi. Menyusul persamaan merepresentasikan equilibriums ini masing-masing.

$$\frac{dm}{dz} = 0)$$

$$\frac{dP}{dz} - \left(\left(\frac{dP}{dz}\right)_{grav} + \left(\frac{dP}{dz}\right)_{fric} + \left(\frac{dP}{dz}\right)_{acc}\right) = 0$$

$$\frac{dE_t}{dz} \pm Q = 0$$

Fungsi M dalam perhitungan merepresentasikan mass rate dalam lubang sumur, z adalah kedalaman sumur, P adalah tekanan, Et adalah total energi, dan Q adalah heat flow di dalam atau diluar sitem.

1.4.16.2. Aliran Satu Fasa

Persamaan 3.23. merepresentasikan perhitungan kehilangan tekanan pada aliran 1 fasa. $\rho g cos\theta$ merepresentasikan gravitational loss $(dP/dZ)_{grav}$ dengan mempertimbangkan sudut kemiringan lubang sumur. Pada sumur vertikal (ɗ = 0, cos ɗ =1), kehilangan tekanan diakibatkan oleh gravitasi dan densitas.

$\frac{f\rho v^2}{2d}$ melambangkan gradien kehilangan tekanan $(dP/dz)_{fric}$ terjadi akibat adanya proses friksi mekanik antara fluida dan dinding casing. Besarnya kehilangan tekanan akibat friksi dapat di tentukan dengan *velocity* dari fluida di dalam pipa. Selain itu, f adalah *friction factor* yang di identifikasi oleh pola aliran berdasarkan Reynolds number.

$$N_{Re} = \frac{\rho v d}{\mu}$$

Aliran dapat di katakana laminar flow jika N_{Re}<2000, jika besarnya N_{Re}>4000 maka aliran tersebut di katakana aliran turbulen. *Critical transition region* terjadi jika besarnya harga Reynolds number antara 2000 < N_{Re}< 4000. Pada pola aliran laminar, factor friksi dapat di definisikan sebagai f=64/$N_{Re.}$ Faktor gesekan pada aliran turbulen, untuk pipa yang halus dan kasar, didekati dengan persamaan Chen (Hasan & Kabir, 2002), seperti pada persmaan 3.25.

$$f = \frac{4}{\left[4log\left(\frac{\varepsilon/d}{3.7065} - \frac{5.0452}{N_{Re}}\log A\right)\right]^2}$$

ε adalah kekasaran absolut, d adalah diameter dalam pipa, sedangkan A adalah parameter tak berdimensi yang diberikan pada persamaan

$$A = \frac{(\varepsilon/d)^{1.1908}}{2.8257} + \left(\frac{7.149}{N_{Re}}\right)^{0.8981}$$

Hasan & Kabir (2002) merekomendasikan penggunaan persamaan Chen untuk menghitung faktor gesekan karena persamaan tersebut dapat diselesaikan secara eksplisit sehingga lebih efisien dalam perhitungan.

$\frac{\rho v dv}{dz}$ atau $(dP/dz)_{acc}$ merupakan gradien tekanan akibat akselerasi. Pada aliran fluida *incompressible*, satu fasa air, gradien tekanan akibat akselerasi dapat diabaikan. Pada aliran fluida *compressible* terjadi penambahan kecepatan seiring dengan berkurangnya tekanan, sehingga gradien tekanan akibat akselerasi perlu diperhitungkan. Pada aliran fluida *compressible* dv/dz dapat di di nyatakan juga sebagai ï vdP/dz. Sehingga persamaan 3.27. dapat di tuliskan ulang menjadi:

$$\frac{dP}{dz} = \frac{\rho d cos\theta + \frac{f\rho v^2}{2d}}{1 - \frac{\rho v^2}{P_{ave}}}$$

Untuk persamaan kesetimbangan energi, laju kehilangan panas (*Q*) dapat diabaikan (*adiabatic*) karena sebelum dialirkan biasanya sumur panas bumi dipanaskan (*heated up*) terlebih dahulu dengan cara memproduksikannya pada laju alir massa yang sangat kecil sekali (*bleeding*) kemudian terpanaskan lagi melalui kondisi transien sebelum mencapai *steady state*. Bjornsson (1987) menuliskannya sebagai:

$$\frac{dE_t}{dz} = m\frac{d}{dz}(gzcos\theta + 0.5v^2 + h)$$

1.4.16.3. Aliran Dua Fasa

Dibandingkan dengan aliran satu fasa, aliran dua fasa lebih kompleks karena uap dan air bergerak pada kecepatan yang berbeda. Perbedaan kecepatan uap dan air pun tidak sama di sepanjang lubang sumur. Untuk mengevaluasi persoalan dalam aliran dua fasa, telah dikembangkan beberapa model empiris dan semi-analitis.