
VENDOR-BUYER INVENTORY MODEL



Kevin Yogatama
Laila Nafisah
Puryani
Apriani Soepardi
Mochammad Chaeron

VENDOR-BUYER INVENTORY MODEL

**Kevin Yogatama
Laila Nafisah
Puryani
Apriani Soepardi
Mochammad Chaeron**

**Penerbit
LPPM UPN “Veteran” Yogyakarta
2022**

Vendor-Buyer Inventory Model

Kevin Yogatama
Laila Nafisah
Puryani
Apriani Soepardi
Mochammad Chaeron

Hak cipta dilindungi oleh undang-undang

Dilarang mengutip atau memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apapun, baik secara elektronik maupun mekanis, termasuk memfotocopy, merekam, atau dengan sistem penyimpanan lainnya, tanpa izin tertulis dari Penulis

Desain Sampul : Nirmana Desain

Cetakan Pertama, 2022
ISBN: 9-786233-891325

Diterbitkan oleh:
Penerbit LPPM UPN Veteran Yogyakarta
Jl. SWK 104 (Lingkar Utara), Condongcatur , Yogyakarta, 55283
Telp. (0274) 486188,486733, Fax. (0274) 486400

Dicetak Oleh:
Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat
UPN Veteran Yogyakarta
Jl. SWK 104 (Lingkar Utara), Condongcatur , Yogyakarta, 55283
Telp. (0274) 486188,486733, Fax. (0274) 486400

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT, yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya sehingga buku Vendor-Buyer Inventory Model telah selesai disusun. Sholawat dan salam semoga selalu dilimpahkan kepada Nabi Muhammad SAW beserta segenap keluarga dan sahabatnya serta para pengikutnya hingga akhir jaman.

Pengendalian persediaan yang efektif sangat penting untuk keunggulan kompetitif pemenuhan pesanan dan kesuksesan rantai pasokan. Meskipun demikian, masalah pengendalian persediaan tidak dapat difokuskan secara individual dalam rantai pasokan karena persediaan merupakan bagian dari rantai pasokan itu sendiri. Salah satu faktor kunci keberhasilan pengelolaan persediaan dalam rantai pasokan adalah adanya kolaborasi antara *vendor* dan *buyer*. Jika bahan baku datang terlambat atau bahkan tidak tersedia, akan berdampak pada terhentinya produksi sehingga utilitas sumberdaya rendah, target tidak tercapai, dan pemenuhan permintaan ke pelanggan akan tertunda. Tentu saja hal ini akan merugikan perusahaan karena akan berdampak pada menurunnya citra perusahaan dan loyalitas pelanggan ke perusahaan, serta tidak tercapainya skala ekonomi. Oleh karena

itu, adanya persediaan dalam suatu rantai pasok perlu diatur sedemikian rupa sehingga biaya dan resiko kerugian yang mungkin timbul dapat diminimasi dengan tetap menjamin ketersediaannya ketika dibutuhkan atau menjaga pemenuhan terhadap permintaan konsumen.

Buku ini disusun dalam rangka pengayaan referensi tentang pentingnya kolaborasi antara pemasok dan pembeli dalam sistem pengendalian persediaan suatu rantai pasokan. Harapan kami, semoga buku ini bermanfaat tidak hanya untuk kalangan akademisi saja tetapi juga dunia industri dan masyarakat lainnya yang membutuhkan dan ingin menambah wawasan tentang pentingnya kolaborasi antar unit bisnis yang ada dalam sistem rantai pasokan. Kami menyadari masih banyak kekurangan dalam penulisan buku ini. Kekurangan yang ada akan menjadi cambuk untuk melaksanakan perbaikan dalam penulisan buku ini yang lebih baik di masa yang akan datang. Semoga buku ini dapat memberikan manfaat bagi sivitas akademika, dosen, mahasiswa dan masyarakat di masa sekarang maupun yang akan datang.

.Yogyakarta, Juli 2022

Penyusun

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR DAFTAR ISI

BAB I	PENDAHULUAN	1
	1.1. Latar belakang	1
	1.2. Artikel referensi	4
	1.3. Daftar pustaka	5
BAB II	Integrated Single Vendor Single Buyer Model with Stochastic Demand and Variable Lead Time	8
	2.1. Pendahuluan	8
	2.2. Model	9
	2.3. Contoh perhitungan numerik	14
	2.4. Kesimpulan	16
	2.5. Daftar pustaka	17
BAB III	Effective and Simple EOQ-Like Solutions for Stochastic Demand Periodic Review Systems	18
	3.1. Pendahuluan	18
	3.2. Model	19
	3.3. Sensitivitas fungsi biaya	24
	3.4. Contoh perhitungan numerik	26
	3.5. <i>Joint replenishment problem</i>	28
	3.6. Daftar pustaka	31

BAB IV	Model Persediaan <i>Multi-Item Product</i> dengan <i>Demand</i> dan <i>Lead Time</i> Probabilistik pada <i>Buyer</i> dan <i>Vendor</i> Terintegrasi	35
4.1.	Pendahuluan	35
4.2.	Asumsi	37
4.3.	Notasi yang digunakan	38
4.4.	Model	39
4.6.	Solusi model	49
4.7.	Perhitungan numerik	51
4.8.	Kesimpulan	54
4.9.	Daftar pustaka	55

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar belakang

Persediaan barang merupakan salah satu bagian yang terpenting dalam operasional suatu unit usaha. Setiap elemen di sebuah perusahaan pasti membutuhkan persediaan dalam berbagai bentuk dan fungsinya. Meskipun persediaan dianggap sebagai *waste* (pemborosan), namun adanya persediaan tidak dapat dihindarkan. (Bahagia, 2006).

Persediaan memiliki kedudukan yang penting dan strategis, baik karena perannya maupun dilihat dari besarnya nilai investasi yang harus dikeluarkan untuk memenuhi kebutuhannya. Keberadaan persediaan dapat berpengaruh besar terhadap performansi perusahaan dalam hal finansial, produksi dan pemasaran. Finansial dipengaruhi melalui likuiditas dan *return on investment*, produksi dipengaruhi melalui efisiensi dan biaya operasi, sedangkan pemasaran dipengaruhi melalui *sales* dan *customer relation*. Nilai persediaan ditingkat pabrik berkisar antara 25 - 35% dari total aset yang dimiliki. Sedangkan di tingkat *wholesaler*, distributor, dan *retailer* berada pada kisaran antara 15 – 90% dari total biaya produknya (Tersine, 1994).

Oleh karena itulah persediaan dipandang sebagai pemborosan yang berarti beban bagi perusahaan akibat besarnya nilai investasi yang tertanam didalamnya, sehingga keberadaannya perlu diminimasi. Semakin banyak persediaan, maka semakin banyak pula modal yang tertanam yang tidak dapat dipergunakan untuk keperluan lain yang lebih menguntungkan dan semakin besar pula resiko produk yang

mengalami kadaluwarsa atau menurun kualitasnya. Semakin sedikit persediaan, maka kemungkinan terjadinya kekurangan persediaan (*stockout*) akan semakin besar. Akibatnya semakin besar pula terjadinya kehilangan kesempatan untuk mendapatkan keuntungan. *Stockout* juga dapat berdampak pada utilitas mesin ataupun sumberdaya lainnya seperti produktivitas pekerja menjadi rendah, konsumen bisa berpindah ke tempat lain, bahkan yang lebih merugikan lagi adalah menurunnya citra perusahaan di mata konsumennya. Disitulah letak permasalahan inti dari persediaan. Oleh karena itu, adanya persediaan perlu diatur sedemikian rupa sehingga biaya dan resiko kerugian yang dapat dialami perusahaan dapat diminimasi dengan tetap menjamin ketersediaannya ketika dibutuhkan atau menjaga pemenuhan terhadap permintaan konsumen (Nafisah dkk, 2021).

Manajemen persediaan merupakan salah satu komponen utama dari manajemen rantai pasokan (*supply chain management*, SCM). Melalui manajemen persediaan yang efektif, perusahaan dapat mencegah tingkat persediaan yang tinggi sambil memberikan tingkat layanan pelanggan yang baik (Sbai & Berrado, 2020). Menurut Yang *et al.* (2020), pengendalian persediaan yang efektif sangat penting untuk keunggulan pemenuhan pesanan dan kesuksesan rantai pasokan. Melalui pengendalian persediaan yang tepat akan dapat menentukan kapan dan berapa jumlah barang yang akan dipesan atau diproduksi secara optimal. Masalah pengendalian persediaan tidak dapat difokuskan secara individual dalam rantai pasokan karena persediaan merupakan bagian dari rantai pasok itu sendiri. Pengendalian persediaan terintegrasi sangat penting karena strategi perusahaan secara individual tidak

dapat memperoleh penghematan biaya persediaan yang optimal di seluruh rantai (Jha & Shanker, 2013).

Koordinasi dan kolaborasi sangat menunjang terjadinya integrasi yang sempurna. Selama dapat menghasilkan efisiensi yang lebih baik dalam rantai pasokan, kolaborasi dalam manajemen rantai pasokan dapat menjadi suatu hal yang penting (Agustiandi dkk, 2021). Dengan meningkatkan kolaborasi diantara pemain dalam rantai pasokan, dapat menurunkan total biaya sistem secara keseluruhan (Glock, 2012). Dalam keadaan ekonomi global sekarang ini, keberlanjutan rantai pasokan dapat menjadi kunci sukses perusahaan dalam menurunkan biaya operasional. Dengan fokus kepada manajemen rantai pasokan yang berkelanjutan, perusahaan dapat sadar bahwa persediaan di seluruh rantai pasokan akan menjadi lebih efisien jika dikelola dengan kerjasama dan koordinasi yang lebih baik (Aljazzar et al., 2016).

Penyelesaian masalah dengan model *Economic Order Quantity* (EOQ) klasik memandang *vendor* dan *buyer* sebagai dua hal yang saling independen, berdiri sendiri dan meminimalkan biaya secara individu atau memaksimalkan keuntungan secara individu. Strategi semacam ini tidak memberikan solusi yang sesuai di pasar global saat ini, hal ini disebabkan adanya penyusutan sumber daya, siklus hidup produk yang pendek, meningkatnya persaingan, dan lain-lain (Biswas & Giri, 2019). Menurut Glock (2012), keputusan koordinasi dalam pemenuhan persediaan pada satu sistem rantai pasokan dapat meningkatkan efisiensi saluran dan posisi perusahaan yang terlibat didalamnya. Skenario sentralisasi dengan pengambilan keputusan secara bersama kemungkinan

akan meningkatkan keuntungan total rantai pasokan (Marchi et al., 2016).

Dengan meningkatnya kompleksitas rantai pasokan saat ini, manajemen persediaan multi-eselon telah menjadi area penelitian yang menantang dan menarik. Dalam sistem persediaan multi-eselon, fasilitas yang berbeda dihubungkan melalui arus informasi dan material yang membuat pengendalian persediaan menjadi sangat penting dan kompleks. Pengendalian persediaan di setiap level fasilitas tanpa mempertimbangkan persediaan pada level fasilitas lain sulit memberikan hasil yang optimal. Kebijakan pengendalian persediaan multi-eselon bertujuan untuk mengelola persediaan dengan menggunakan pendekatan terpadu secara keseluruhan di setiap level rantai pasokannya. Kebijakan tersebut terutama difokuskan pada peningkatan ketersediaan produk dan penurunan biaya (Patil et al., 2011). Oleh karena itu, dalam beberapa tahun terakhir, salah satu permasalahan yang menjadi perhatian para peneliti adalah masalah *vendor-buyer* yang terintegrasi. Kolaborasi *vendor* dan *buyer* adalah salah satu faktor kunci keberhasilan pengelolaan rantai pasokan.

1.2. Artikel referensi

Pada *book chapter* ini akan membahas beberapa artikel yang berkaitan dengan integrasi antara *vendor-buyer* pada permasalahan *production inventory*. Artikel-artikel tersebut bersumber pada

- 1) Ben-Daya, M. & Hariga, M. (2004). Integrated Single Vendor Single Buyer Model with Stochastic Demand and Variable Lead Time. *International Journal of Production Economics*. 92 (2004) 75–80.

www.elsevier.com/locate/dsw.

- 2) Eynan, A. & Kropp, D.H. (2007). Effective and simple EOQ-like solutions for stochastic demand periodic review systems. *European Journal of Operational Research* 180 (2007) 1135–1143. www.elsevier.com/locate/ejor.
- 3) Yogatama, K., Nafisah, L. & Puryani. (2022). Model Persediaan Multi-Item Product Dengan Demand Dan Lead Time Probabilistik Pada *Buyer* Dan *Vendor* Terintegrasi. Skripsi. UPN Veteran Yogyakarta.

1.3. Daftar Pustaka

- Bahagia, S. N., Sistem Inventori, Penerbit ITB, Bandung, 2006.
- Tersine, R. J. (1994). *Principles of Inventory and Materials Management*. 4th edition. Prentice Hall Inc., New Jersey.
- Nafisah, L., Sally, W. & Puryani, (2016). Model Persediaan pada Produk Mendekati Masa Kadaluwarsa: Mempertimbangkan Diskon Penjualan dan Retur. *Jurnal Teknik Industri*. Vol. 18, No. 1, Juni 2016, 63-72, ISSN 1411-2485 print / ISSN 2087-7439 online, DOI: 10.9744/jti.18.1.63-72.
- Sbai, N. & Berrado, A.A. (2020). Simulation Models for Multi-echelon Inventory Management Problem: A Literature Review. *Proceedings of the 5th NA International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*. Detroit, Michigan, USA, August 9 - 11, 2020 © IEOM Society International.
- Yang, L., Li, H. & Campbell, J.F. (2020). Improving Order Fulfillment Performance through Integrated Inventory Management in a Multi-Item Finished Goods System.

Journal of Business Logistics. vol. 41, 54-66.
<https://doi.org/10.1111/jbl.12227>.

- Jha, J.K. & Shanker, K. (2013). Single-Vendor Multi-Buyer Integrated Production-Inventory Model with Controllable Lead Time and Service Level Constraints," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 37, pp. 1753-1767, 2013.
<https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.04.042>.
- Agustiandi, Aritonang, Y.M.K., & Rikardo, C. (2021). Integrated Inventory Model for Single Vendor Multi-Buyer with a Single Item by Considering Warehouse and Capital Constraint. *Jurnal Teknik Industri*. ISSN: 1978-1431 print, 2527-4112 online Vol. 22, No. 1, pp. 71-84.
- Aljazzar, S. M., Jaber, M. Y., & Moussawi-Haidar, L. (2016). Coordination of a three-level supply chain (supplier–manufacturer–retailer) with permissible delay in payments. *Applied Mathematical Modelling*, 40(21–22), 9594-9614.
- Biswas, S. & Giri, B.C. (2019). A Single-vendor Single-buyer Integrated Model for Deteriorating Items with Partial Backlogging and Price-dependent Market Demand. *International Journal of Applied Engineering Research*. ISSN 0973-4562 Vol. 14, No. 1 (2019) pp. 254-261 © Research India Publications.
- Glock, C. H. (2012). The joint economic lot size problem: A review. *International Journal of Production Economics*, 135(2), 671-686.
- Marchi, B., Ries, J. M., Zanoni, S., & Glock, C. H. (2016). A joint economic lot size model with financial collaboration

and uncertain investment opportunity. *International Journal of Production Economics*, 176, 170-182.

Patil, K., Jin, K., & Li, H. (2011). Arena simulation model for multi-echelon inventory system in supply chain management, *IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, Singapore, December 6-9, 2011.

BAB II

INTEGRATED SINGLE VENDOR SINGLE BUYER MODEL WITH STOCHASTIC DEMAND AND VARIABLE LEAD TIME

Oleh
M. Ben-Daya dan M. Hariga

2.1. Pendahuluan

Integrasi *vendor-buyer* pada *production inventory problem* beberapa tahun terakhir menjadi perhatian banyak pihak. Hal ini dimotivasi dengan berkembangnya konsep *supply chain management*. Beberapa perusahaan menyadari bahwa manajemen persediaan akan lebih efisien jika melibatkan seluruh elemen yang ada pada jaringan rantai pasok melalui koordinasi dan kerjasama untuk bersama-sama mendapatkan keuntungan. Kolaborasi dapat difasilitasi melalui teknologi informasi dan komunikasi yang tersedia.

Beberapa penelitian terdahulu yang menyinggung tentang hubungan antara *buyer* dan *vendor* masih berfokus pada jadwal pengiriman dalam hal penentuan frekuensi pengiriman dan ukuran lot yang dikirim. Dan sebagian besar model mengasumsikan bahwa permintaan bersifat deterministik.

Salah satu penelitian tentang integrasi *vendor-buyer* yang pertama kali melakukannya adalah Banerjee (1986). Dia mengasumsikan bahwa *vendor* merupakan manufaktur memiliki tingkat produksi tertentu dan mempertimbangkan model *lot for lot* di mana *vendor* memproduksi setiap pesanan dan melakukan pengiriman sebagai *batch* yang terpisah.

Beberapa penelitian terdahulu lain diantaranya adalah Goyal (1988), Goyal dan Gupta (1989), Goyal (1955) dan yang terakhir Hill (1999).

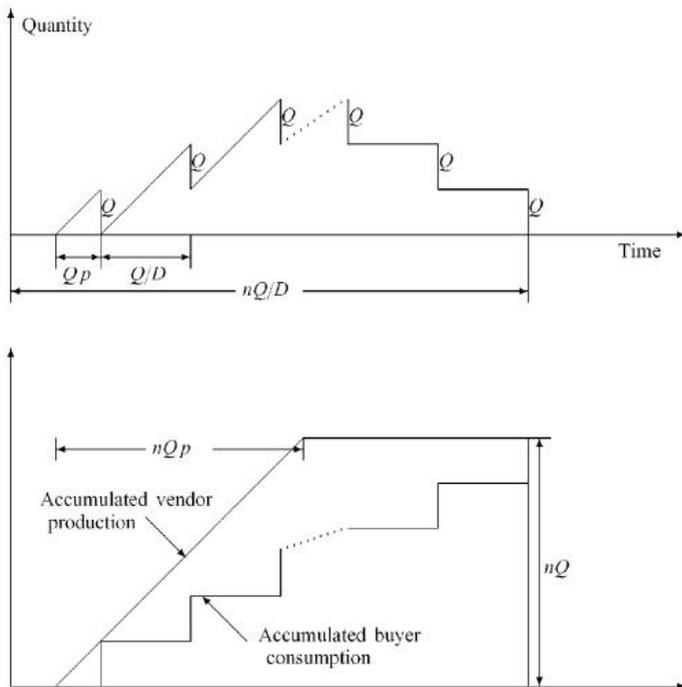
2.2. Model

Dalam penelitian yang dilakukan oleh Ben-Daya dan Hariga (2004), dikembangkan model *single buyer single vendor integrated production inventory problem* menggabungkan *demand* stokastik dan *variable lead time*. Dalam penelitian ini diasumsikan bahwa permintaan bersifat stokastik dan mengatasi masalah *lead time* yang variabel. Peneliti menganggap bahwa ada hubungan linear antara waktu tunggu, dengan ukuran lot dengan juga mempertimbangkan waktu non produktif dan diekspresikan dalam fungsi *lead time*.

Model yang dikembangkan mengasumsikan bahwa *buyer* menggunakan kebijakan *continuous review* (Model Q). Dalam kebijakan *continuous review* baik untuk kasus deterministik maupun stokastik, akan ditentukan jumlah pesanan dan titik pemesanan ulang dengan asumsi *lead time* konstan. Namun, pada prakteknya *lead time* perlu dipertimbangkan sebagai fungsi dari ukuran lot produksi. Pada bagian ini, kebijakan *continuous review* klasik (Q, s) dengan variabel *lead time* di tingkat *buyer* bersifat deterministik. Secara khusus, diasumsikan bahwa *lead time* proporsional/sebanding dengan ukuran lot yang produksi di tingkat *vendor*, ditambah dengan kemacetan di jalan, waktu nonproduktif, dan lainnya, dan dapat didefinisikan sebagai $L(Q) = pQ + b$.

Hubungan antara *vendor-buyer* dapat digambarkan sebagai berikut: *buyer* memesan sebanyak nQ dari *vendor* dan menimbulkan biaya pemesanan sebesar A . *Vendor*

memproduksi produk sebanyak nQ dengan laju terbatas $\frac{1}{p}$ ($\frac{1}{p} > D$) dengan biaya set up sebesar K . *Buyer* menerima nQ dengan biaya transportasi sebesar F untuk setiap pengiriman ukuran Q . *Buyer* melakukan pemesanan ketika tingkat persediaan mencapai titik pemesanan ulang s setelah menerima n kali pengiriman. Perilaku tingkat persediaan pada *vendor* digambarkan pada Gambar 1 di bawah ini.



Gambar 2.1 Perilaku tingkat persediaan pada *vendor*
 Sumber: Ben-Daya & Hariga, 2004

Notasi yang akan digunakan model ini adalah sebagai berikut:

D : Tingkat permintaan dalam satuan waktu

- $1/p$: Laju produksi dalam satuan waktu
 N : Jumlah pengiriman dari *vendor* ke *buyer*
 Q : Ukuran pengiriman yang sama dari *vendor* ke *buyer*
 s : *reorder point*
 K : Biaya *setup vendor*
 A : Biaya pemesanan oleh pembeli untuk setiap pemesanan
 F : Biaya transportasi oleh pembeli untuk setiap pemesanan
 h_v : Biaya simpan per unit *vendor*
 h_b : Biaya simpan per unit *buyer*
 S : *Safety stock*
 $L(Q)$: *Lead time* = $pQ + b$; b menunjukkan *fixed delay* karena transportasi, waktu produksi produk lain yang dijadwalkan selama *lead time* pada fasilitas yang sama.

Ekspektasi total biaya dalam satu waktu dapat didefinisikan dalam bentuk persamaan sebagai berikut:

$$TC_b = \left(\frac{A}{n} + F\right) \frac{D}{Q} + h_b \left(\frac{Q}{2} + S\right) + \frac{\pi D}{Q} b(s, L(Q)) \quad (2.1)$$

Dimana,

$$b(s, L(Q)) = \int_s^{\infty} (x - s) f(x) dx$$

Berdasarkan teori yang dikutip dari jurnal Ben-Daya dan Hariga (2004), x adalah permintaan selama *lead time* dengan fungsi probabilitas $f(x)$. Model ini menggunakan dasar model dari Handley-Whitin's (1963) dengan pendekatan $(\frac{1}{2}Q + \textit{safety stock})$ untuk menunjukkan rata-rata level tingkat persediaan. Pendekatan ini menggunakan asumsi bahwa tidak ada *overshooting* (melewati *reorder point*) setiap penerimaan barang.

Sebagai *vendor*, total biaya persatuan waktu dapat dilihat dari Gambar 2.1 dengan mengurangi akumulasi konsumsi pembeli dari akumulasi produksi *vendor*. Maka, diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$TC_v = \frac{KD}{nQ} + h_v \frac{Q}{2} [n(1 - Dp) - 1 + 2Dp] \quad (2.2)$$

Oleh karena itu, diperoleh persamaan untuk total biaya persatuan waktu dari pembeli dan *vendor* yang terintegrasi sebagai berikut:

$$ETC(Q, s, n) = \frac{D}{Q} \left(\frac{A+K}{n} + F + \pi b(s, L(Q)) \right) + \frac{Q}{2} [h_b + h_v [n(1 - Dp) - 1 + 2Dp] + h_b S] \quad (2.3)$$

Permasalahan yang ingin dipecahkan adalah mencari jumlah pengiriman (n), banyak item yang dikirimkan (Q), dan *reorder point* (s), dengan tujuan meminimalkan total biaya pada persamaan (2.3).

Pada persamaan (2.3), peneliti mengasumsikan *lead time* berdistribusi normal dengan rata-rata $DL(Q)$ dan standar deviasi $\sigma\sqrt{L(Q)}$. Dalam kasus ini, diperoleh

$$S = k\sigma\sqrt{pQ + b}, \quad b(s, L(Q)) = \int_s^\infty (x - s)f(x, DL(Q), \sigma\sqrt{L(Q)}) dx$$

Dimana,

$$k = \frac{(s - DL(Q))}{\sigma\sqrt{L(Q)}} \quad (2.4)$$

$$\psi(k) = \int_k^\infty (z - k)\phi(z) dz \quad (2.5)$$

Dengan, $\phi(z)$ adalah fungsi kerapatan peluang standar normal. Untuk simplifikasi persamaan maka diasumsikan

$$H(n) = h_b + h_v[n(1 - Dp) - 1 + 2Dp]$$

$$G(n) = F + \frac{A + K}{n}$$

Oleh karena itu, persamaan (2.3) dapat disederhanakan menjadi

$$ETC(Q, s, n) = \frac{G(n)D}{Q} + \frac{Q}{2}H(n) + h_b k\sigma\sqrt{pQ + b} + \frac{\pi D\sigma\sqrt{pQ + b}}{Q}\psi(k) \quad (2.6)$$

Untuk n tetap, dilakukan turunan terhadap Q dan s disamakan dengan 0, maka diperoleh.

$$\frac{\partial ETC}{\partial Q} = -\frac{G(n)D}{Q^2} + \frac{H(n)}{2} + \frac{h_b k\sigma p}{2\sqrt{pQ + b}} + \pi D\sigma\psi(k) \frac{\frac{pQ}{2\sqrt{pQ + b}}\sqrt{pQ + b}}{Q^2} = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial ETC}{\partial k} = h_b \sigma\sqrt{pQ + b} - \frac{\pi D\sigma\bar{F}(k)\sqrt{pQ + b}}{Q} = 0 \quad (2.8)$$

Dimana, $\bar{F}(k)$ adalah komplemen fungsi distribusi kumulatif, $\bar{F}(k) = 1 - F(k)$. Maka persamaan (2.7) dan (2.8) dapat ditulis ulang menjadi,

$$\frac{2D}{Q^2} [G(n) + \pi\sigma\psi(k)\sqrt{pQ + b}] = H(n) + \frac{h_b\sigma p}{\sqrt{pQ + b}} \left[k + \frac{\psi(k)}{\bar{F}(k)} \right] \quad (2.9)$$

$$\bar{F}(k) = \frac{h_b Q}{\pi D} \quad (2.1)$$

Dari persamaan (2.2) dapat diperoleh persamaan untuk memperoleh nilai Q' optimal.

$$Q' = \sqrt{2D \frac{G(n) + \pi \sigma \psi(k) \sqrt{pQ+b}}{H(n) + \frac{h_b \sigma p}{\sqrt{pQ+b}} \left[k + \frac{\psi(k)}{F(k)} \right]}} \quad (2.2)$$

Untuk nilai k diperoleh dari persamaan (2.8).

Berikut prosedur iteratif yang dapat digunakan untuk menemukan solusi perkiraan untuk menyelesaikan masalah diatas:

Step 0: Set $ETC' = \infty$ dan $n = 1$

Step 1: Menghitung $Q = \left\lceil \sqrt{\frac{2DG(n)}{H(n)}} \right\rceil$, dimana $[x]$ adalah *integer*

mendekati x .

Step 2:

- Mencari nilai k dari persamaan (2.8).
- Menghitung nilai $\psi(k)$ menggunakan persamaan (2.3).

Step 3:

- Menghitung nilai Q' dengan persamaan (2.9).
- Set $Q' = [Q']$

Step 4:

- Jika $|Q' - Q| = 0$, dilanjutkan menghitung $ETC(Q, n)$ dan lanjut ke **step 5**
- Jika $|Q' - Q| > 0$, set $Q \leftarrow Q'$ dan lanjut ke **step 2**

Step 5:

- Jika $ETC' \geq ETC(Q, n)$ maka $ETC' \leftarrow ETC(Q, n)$, $Q' \leftarrow Q$, $s' \leftarrow s$, set $n \leftarrow n + 1$ dan lanjut ke **step 1**
- Jika tidak maka, $n' \leftarrow n - 1$ dan **stop**

2.3. Contoh perhitungan numerik

Pada bagian ini akan diilustrasikan implementasi model dengan data seperti yang ada pada Tabel 2.1. Hasil

perhitungannya dapat dilihat pada Tabel 2.2. Hasil yang diperoleh untuk beberapa nilai *lead time* yang bervariasi, menunjukkan bahwa *lead time* yang lebih Panjang akan menyebabkan tingginya *reorder point* dan total biaya. Namun berdampak pada ukuran batch yang minimum. Pada Tabel 2.2 juga menunjukkan bahwa total biaya, *reorder point*, dan ukuran *batch* sensitif terhadap perubahan biaya simpan.

Tabel 2.1 Data yang dibutuhkan

Notasi	Data
D	= 1000 unit
σ	= 5 unit
$P = 1/p$	= 3200 unit
K	= \$400
F	= \$25
A	= \$50
h_b	= \$5
h_v	= \$4
π	= \$100
b	= 0,01

Tabel 2.2 Analisis sensitivitas

		Q	n	s	ETC
F	35	142	4	57	2084.82
	25	115	5	49	2007.77
	15	95	6	42	1912.53
b	0.100	115	5	141	2018.65
	0.010	115	5	49	2007.77
	0.001	115	5	39	2006.94
h_b	5	115	5	49	2007.77
	7	95	6	42	2117.42
	10	73	8	35	2251.36

Dibawah ini diberikan skenario yang menunjukkan perbandingan antara solusi dengan pendekatan sistem terintegrasi *vendor-buyer* dan solusi dengan pendekatan secara terpisah antara *vendor* dan *buyer*.

Bentuk dari validasi akhir penelitian ini dengan menggunakan 3 skenario diperoleh total biaya persediaan dapat diminimalkan dengan menggunakan metode integrasi *vendor* dan *buyer*. Adapun skenario yang diuji antara lain:

1. *Vendor* menggunakan model EPQ berdasarkan rata-rata permintaan tapi lot produksi sebesar ukuran Q_b .
2. *Vendor* menggunakan kebijakan (Q, r) , tapi pemesanan ukuran lot sebesar ukuran Q_v .
3. *Vendor* menggunakan model kebijakan optimal EPQ dan *buyer* menggunakan kebijakan persediaan optimal (Q, r) .

Berdasarkan skenario tersebut diperoleh hasil perbandingan antara kebijakan terintegrasi dan independen, pada Tabel 2.3.

Tabel 2.3 Perbandingan kebijakan terintegrasi dan independen

<i>Scenario</i>	<i>Vendor</i>		<i>Buyer</i>			<i>System</i>
	<i>Qv</i>	<i>Cost</i>	<i>Qb</i>	<i>r</i>	<i>Cost</i>	<i>Cost</i>
1	173	2658,14	173	49	881,73	3539,87
2	447	1788,85	477	49	1298,08	3086,93
3	447	1788,85	141	49	722,9	2511,75
Integrated	575	0	115	49	0	2007,77

Sumber: Ben-Daya & Hariga, 2004

Dari penelitian yang telah dilakukan model yang diusulkan menunjukkan penghematan pada biaya sistem. Total biaya pada sistem menjadi lebih rendah karena biaya yang timbul bukan lagi dari dua sisi yang berbeda, namun sudah terintegrasi.

2.4. Kesimpulan

Pada penelitian ini yang dikembangkan model integrasi *single vendor single buyer* pada *production inventory problem*. Beberapa penelitian terdahulu sebagian besar masih berfokus pada jadwal pengiriman dan besarnya ukuran *batch* yang dikirim dari *vendor* ke *buyer*. Selain itu juga masih mengasumsikan permintaan bersifat deterministik. Pada model ini diasumsikan bahwa permintaan bersifat probabilistik dan variabel *lead time* tergantung pada ukuran lot dan *delay* lainnya seperti waktu transportasi dan lain-lain. Sebuah prosedur pencarian solusi juga diberikan untuk menyelesaikan model yang diusulkan, beserta contoh perhitungan numeriknya untuk mengilustrasikan solusi modelnya.

2.5. Daftar Pustaka

- Banerjee, A., 1986. A joint economic lot size model for purchaser and vendor. *Decision Sciences* 17, 292–311.
- Ben-Daya, M., Raouf, A., 1994. Inventory models involving lead time as a decision variable. *Journal of the Operational Research Society* 45, 579–582.
- Goyal, S.K., 1988. Joint economic lot size model for purchaser and vendor: A comment. *Decision Sciences* 19, 236–241.
- Goyal, S.K., 1995. A one-vendor multi-buyer integrated Inventory model: A comment. *European Journal of Operational Research* 82, 209–210.
- Goyal, S.K., Gupta, Y.P., 1989. Integrated inventory models: The vendor–buyer coordination. *European Journal of Operational Research* 41, 261–269.
- Hadley, G., Whitin, T.M., 1963. *Analysis of Inventory Systems*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Hariga, M., 1999. A stochastic inventory model with lead time and lot size interaction. *Production Planning and Control* 10, 434–438.
- Hill, R., 1999. The optimal production and shipment policy for the single-vendor single-buyer integrated production–inventory problem. *International Journal of Production Research*, 37, 2463–2475.
- Karmarkar, U.S., 1987. Lot sizes, lead times and in-process inventories. *Management Science* 33, 409–418.
- Kim, J.S., Benton, W.C., 1995. Lot size dependent lead times in a (Q,r) inventory system. *International Journal of Production Research* 33, 41–58.

- Liao, C.J., Shyu, C.H., 1991. An analytical determination of lead time with normal demand. *International Journal of Operations & Production Management* 11, 72–78.
- Lu, L., 1995. A one-vendor multi-buyer integrated inventory model. *European Journal of Operational Research* 81, 312–323.
- Montgomery, D., Johnson, L., 1974. *Operations Research in Production Planning, Scheduling, and Inventory Control*. Wiley, New York.
- Schonberger, R.J., 1982. *Japanese Manufacturing Techniques: Nine Hidden Lessons in Simplicity*. The Free Press, New York.
- Wu, K.S., 2001. A mixed inventory model with variable lead time and random supplier capacity. *Production Planning & Control* 12, 353–361.

BAB III
EFFECTIVE AND SIMPLE EOQ-LIKE SOLUTIONS
FOR STOCHASTIC DEMAND
PERIODIC REVIEW SYSTEMS

Oleh
Eynan dan Kropp

3.1. Pendahuluan

Ketika mengelola permintaan yang sifatnya stokastik, terdapat dua pendekatan, yaitu *continuous review system* (metode Q) dan *periodic review system* (metode P). Pada *continuous review system*, pemesanan yang tetap sebesar Q akan dilakukan ketika tingkat persediaan berada di titik pemesanan kembali, sehingga waktu antar pemesanan akan bervariasi. Sedangkan pada *periodic review system*, pemesanan akan dilakukan pada interval waktu yang tetap dengan kuantitas pemesanannya yang bervariasi untuk mengomodasi perubahan tingkat permintaan. Pada *continuous review system* akan lebih atraktif untuk single item, karena tingkat persediaan yang rendah, sedangkan *periodic review system* menawarkan keunggulan ketika pemesanan multiple item yang dilakukan secara bersama.

Penelitian terdahulu yang dikemukakan oleh Hadley Within (1963) mengenai *periodic review system* pada stokastik *demand*, telah berhasil mengusulkan pendekatan simultan yang baik dan hasil yang akurat namun sangat kompleks. Kompleksitas ini tidak bisa dianggap mudah, terutama saat mempertimbangkan solusi yang simultan. Sering sekali model yang rumit memberikan kegagalan dalam operasi di lapangan.

Sehingga model EOQ yang sederhana walaupun terdapat kekurangan, lebih sering digunakan dalam praktis di lapangan. Menjawab permasalahan tersebut Eynan dan Kropp (1998), telah berhasil mengembangkan pendekatan sederhana untuk menentukan waktu siklus pemesanan yang dapat meminimasi biaya pemesanan dan penyimpanan saat *service level* teridentifikasi dengan sangat baik.

Tahun 2007, Eynan dan Kropp kembali mengembangkan model sebelumnya dengan menggabungkan biaya variabel *stockout* dan menentukan waktu siklus dan *service level* yang akan meminimasi total *cost*. Pendekatan ini memungkinkan untuk menentukan waktu siklus menggunakan solusi bentuk tertutup sederhana yang memberikan hasil yang mendekati optimal. Lebih dari hal tersebut, simplifikasi pada solusi mampu diterapkan dalam masalah lain yang didasarkan pada *periodic review*. Salah satu masalah yang dikembangkan dalam penelitian ini adalah masalah pembelian bersama (*Joint Replenishment*). Dimana dilakukan pembelian produk secara bersamaan dalam rentang waktu optimal yang telah diperoleh.

3.2. Model

Dengan menggunakan *periodic review*, tingkat persediaan diperiksa pada interval yang konstan dan pesanan dilakukan sejumlah tertentu sedemikian rupa sehingga mencapai tingkat persediaan dengan target tertentu. Tingkat persediaan target tersebut dirancang untuk menutupi permintaan sampai kedatangan pesanan berikutnya. Karena ketidakpastian tingkat permintaan, *stockout* dapat terjadi, yang akan mengakibatkan penalti per unit. Oleh karena itu, tujuannya adalah untuk meminimalkan total biaya yang terdiri

dari biaya pemesanan, penyimpanan, dan kekurangan persediaan.

Notasi-notasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut

- a : *Ordering cost*
- h : *Holding cost per unit per unit of time*
- D : *Average demand during one unit of time*
- σ : *Standard deviation of demand during one unit of time*
- z : *Multiplier of σ (safety stock factor)*
- T : *Cycle time (interval between orders)*
- L : *Lead time*
- B : *Penalty cost per unit short*

Dalam jurnal ini diasumsikan permintaan stasioner dan berdistribusi normal. Diasumsikan juga bahwa ketika kehabisan stok, semua pesanan akan di-backorder. Total biaya rata-rata selama satu unit waktu dapat dinyatakan sebagai

$$TC(T, z) = \frac{a}{T} + \frac{DT_h}{2} + z\sigma h \sqrt{T+L} + \frac{B}{T} \int_{D(T+L)+z\sigma\sqrt{T+L}}^{\infty} [D_{T+L} - D(T+L) - z\sigma\sqrt{T+L}] \hat{f}(D_{T+L}) dD_{T+L} \quad (3.1)$$

Dimana:

D_{T+L} : Permintaan selama T+L (*unit of time*)

$\hat{f}(D_{T+L})$: p.d.f

Mendefinisikan $f(z)$ dan $F(z)$ sebagai normal standar yang sesuai p.d.f. dan c.d.f. masing-masing dapat diintegrasikan dalam persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
\sigma\sqrt{T+L} \int_z^\infty (x-z)f(x)dx &= \sigma\sqrt{T+L} \left(\int_z^\infty xf(x)dx - z \int_z^\infty f(x)dx \right) \\
&= \sigma\sqrt{T+L} \left(\int_{-\infty}^\infty xf(x)dx - \int_{-\infty}^z xf(x)dx - z \int_z^\infty f(x)dx \right) \\
&= \sigma\sqrt{T+L} (f(z) - z[1 - F(z)])
\end{aligned}$$

Oleh karena itu, fungsi biaya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$TC(T, z) = \frac{A}{T} + \frac{DT_h}{2} + zsh\sqrt{T+L} + \frac{B}{T}\sigma\sqrt{T+L}f(z)z[1 - F(z)] \quad (3.2)$$

Turunan fungsi tersebut terhadap z adalah:

$$\frac{\partial TC(T, z)}{\partial z} = sh\sqrt{T+L} + \frac{B}{T}\sigma\sqrt{T+L} \left[\frac{df(z)}{dz} - [1 - F(z)] + zf(z) \right] = 0 \quad (3.3)$$

Dengan asumsi permintaan berdistribusi normal $\frac{df(z)}{dz} = -zf(z)$, diperoleh:

$$1 - F[z(T)] = \frac{h}{B}T \quad (3.4)$$

Dimana $z(T)$, nilai z optimal untuk setiap nilai T , harus memenuhi persamaan (3.4).

$\frac{\partial^2 TC(T, z)}{\partial^2 z} = \sigma\sqrt{T+L} \frac{B}{T} f(z) > 0$ yang menjamin bahwa persamaan (3.3) memberikan biaya minimal.

Mensubstitusikan persamaan (3.4) ke persamaan (3.2) akan diperoleh fungsi biaya yang sederhana, dengan satu variabel yang belum diketahui, T .

$$\widehat{TC}(T) = \frac{a}{T} + \frac{DT_h}{2} + \frac{B}{T}\sigma\sqrt{T+L}f[z(T)] \quad (3.5)$$

Agar memperoleh fungsi yang mudah untuk diselesaikan, maka $\sqrt{T+L} f[z(T)]$ akan dilakukan pendekatan dengan menggunakan tiga aturan deret Taylor. Kemudian diferensialkan persamaan (3.4) terhadap T .

$$-\frac{dF[z(T)]}{dz(T)} \frac{dz(T)}{dT} = \frac{h}{B} \text{ atau } \frac{dz(T)}{dT} = \frac{h}{Bf[z(T)]}$$

Sehingga

$$\frac{df[z(T)]}{d(T)} = \frac{df[z(T)]}{dz(T)} \frac{dz(T)}{dT} = (-z(T)f[z(T)]) \left(-\frac{h}{Bf[z(T)]} \right) = z(T) \frac{h}{B}$$

dan dua turunan pertama dari $\sqrt{T+L} f[z(T)]$ adalah:

$$\{\sqrt{T+L} f[z(T)]\}' = \frac{f[z(T)]}{2\sqrt{T+L}} + z(T) \frac{h}{B} \sqrt{T+L}$$

$$\{\sqrt{T+L} f[z(T)]\}'' = \frac{z(T) h}{\sqrt{T+L} B} - \frac{f[z(T)]}{4(T+L)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{T+L}}{f[z(T)]} \frac{h^2}{B^2}$$

Evaluasi $\sqrt{T+L} f[z(T)]$ pada $T_{det} = \sqrt{\frac{2a}{Dh}}$ (yang merupakan solusi model deterministic), diperoleh:

$$\sqrt{T+L} f[z(T)] \approx b + b'(T - T_{det}) + \frac{b''(T - T_{det})^2}{2} \quad (3.6)$$

Dimana:

$$b = \sqrt{T_{det} + L} f[z(T_{det})]$$

$$b' = \frac{f[z(T_{det})]}{2\sqrt{T_{det}+L}} + \sqrt{T_{det} + L} z(T_{det}) \frac{h}{B}$$

$$b'' = \frac{z(T_{det}) h}{\sqrt{T_{det}+L} B} - \frac{f[z(T_{det})]}{4(T_{det}+L)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{T_{det}+L}}{f[z(T_{det})]} \frac{h^2}{B^2}$$

Mensubstitusikan persamaan (3.6) ke persamaan (3.5), maka persamaannya akan diperoleh sebagai berikut:

$$TC(T) = \frac{u}{T} + \frac{vT}{2} + w \quad (3.7)$$

Dimana:

$$\begin{aligned} u &= a + B\sigma(b - b'T_{det} + \frac{b''T_{det}^2}{2}) \\ v &= Dh + B\sigma b'' \\ w &= B\sigma(b' - b''T_{det}) \end{aligned}$$

Struktur fungsi ini mendekati fungsi biaya dalam sistem deterministik hanya pada fungsi ini ditambahkan dengan variabel w . Sehingga persamaan (3.7) dapat diselesaikan dengan mudah, menggunakan kondisi pesanan pertama diperoleh:

$$T^* = \sqrt{\frac{2u}{v}} \quad (3.8)$$

Selanjutnya, T^* dapat disubstitusikan ke persamaan (3.4) untuk menentukan nilai z yang diperlukan untuk menentukan tingkat persediaan. Maka, diperoleh total biaya dengan menginputkan T^* ke persamaan (3.7) diperoleh:

$$TC^* = \sqrt{2uv} + w \quad (3.9)$$

Sebenarnya $TC(T)$ hanya perkiraan untuk $\widehat{TC}(T)$. Namun fungsi ini dapat menentukan biaya dengan sangat akurat dalam kisaran yang cukup luas sekitar T_{det} .

3.3. Sensitivitas fungsi biaya

Ketersediaan fungsi biaya sederhana memungkinkan kita untuk mengeksplorasi sensitivitas terhadap T , sebagaimana yang pada dua rumus berikut:

Properti 1.

$$\frac{TC(T)}{TC(T^*)} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{T}{T^*} + \frac{T^*}{T} \right) \quad (3.10)$$

Rumus ini menyatakan bahwa permintaan yang stokastik, fungsi biaya menjadi kurang sensitif dibandingkan dengan kasus deterministik. Setelah seri Taylor mengembangkan $Tdet$, dapat dikatakan bahwa batasan tersebut aman untuk diaplikasikan dalam lingkungannya namun, sebaiknya dihindari untuk langkah yang terlalu jauh dari lingkungannya.

Batasan pada persamaan (3.1) dapat dikembangkan lebih jauh menggunakan $\alpha = w/TC^*$. Nilai α nilainya kecil dan mendekati 0, sebagai contoh ketika $B = 0$ atau $\sigma = 0$ (kasus deterministik), perhitungan numerik pada Tabel 3.1 dapat terlihat nilai α sekitar 0,4. Menunjukkan bahwa pinalti lebih kecil daripada batas atas dari persamaan (3.10). Pengaruh nilai α terhadap sensitivitas dari fungsi biaya (yaitu, biaya pinalti tidak menggunakan T^*) dibandingkan terhadap nilai T^* deterministik dijelaskan pada persamaan property 2 berikut ini.

Persamaan 2

$$\frac{\frac{TC(T,\alpha)}{TC(T^*,\alpha)} - 1}{\frac{TC(T,0)}{TC(T^*,0)} - 1} = 1 - \alpha \quad (3.11)$$

Dimana, $TC(T, \alpha)$ didefinisikan sebagai fungsi biaya ketika menggunakan waktu siklus T dan $w = \alpha TC^*$. Catatan bahwa $TC(T, 0)$ merujuk pada kasus deterministik.

Pembuktian.

Dengan menggunakan T^* dari persamaan (3.8) yang disubstitusikan ke persamaan (3.7), dapat dipastikan bahwa $\frac{u}{T^*} = \frac{vT^*}{2}$, oleh karena itu masing-masing elemen ini sama dengan $\frac{TC^* - w}{2}$, dimana $w = \alpha TC^*$ pada persamaan (3.7) dapat diekspresikan sebagai

$$\begin{aligned} TC(T) &= \frac{u}{T^*} \frac{T^*}{T} + \frac{vT^*}{2} \frac{T}{T^*} + w \\ &= \frac{TC^*(1-\alpha)}{2} \frac{T^*}{T} + \frac{TC^*(1-\alpha)}{2} \frac{T}{T^*} + \alpha TC^* \\ &= TC^* \left[\frac{(1-\alpha)}{2} \left(\frac{T^*}{T} + \frac{T}{T^*} \right) + \alpha \right] \end{aligned}$$

dan

$$\frac{TC(T)}{TC(T^*)} = \frac{(1-\alpha)}{2} \left(\frac{T^*}{T} + \frac{T}{T^*} \right) + \alpha$$

Sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned} \frac{\frac{TC(T, \alpha)}{TC(T^*, \alpha)} - 1}{\frac{TC(T, 0)}{TC(T^*, 0)} - 1} &= \frac{\frac{(1-\alpha)}{2} \left(\frac{T^*}{T} + \frac{T}{T^*} \right) + \alpha - 1}{\frac{1}{2} \left(\frac{T^*}{T} + \frac{T}{T^*} \right) - 1} \\ &= \frac{(1-\alpha) \left[\frac{1}{2} \left(\frac{T^*}{T} + \frac{T}{T^*} \right) - 1 \right]}{\frac{1}{2} \left(\frac{T^*}{T} + \frac{T}{T^*} \right) - 1} = 1 - \alpha \end{aligned}$$

Sebagai contoh, ketika $\alpha = 0,5$ maka penalti penggunaan waktu siklus yang tidak optimal, yaitu hanya 50% yang diperoleh dari batasan.

3.4. Contoh perhitungan numerik

Pada bagian ini, ditunjukkan contoh perhitungan numerik untuk mengilustrasikan efektivitas pendekatan heuristik yang diusulkan. Hasil yang diperoleh nanti akan dibandingkan dengan solusi tradisional sekuensial yang dikemukakan oleh Hadley Within (1963).

Data-data yang digunakan adalah sebagai berikut:

$D = 4000$; $\sigma = 882$; $a = 100$; $h = 0,2$; $L = 0,05$; dan $B = 8$.

Berdasarkan pendekatan yang diusulkan, menghasilkan pengurangan biaya 1,84% dibandingkan dengan pendekatan sekuensial. Selanjutnya, pendekatan yang diusulkan hanya 0,013 atau 0,0018% lebih mahal daripada solusi optimal (diperoleh melalui prosedur pencarian global menggunakan Solver). Kesalahan pendekatan sekuensial 1,84% adalah 1022 kali lebih besar dari kesalahan pendekatan heuristik sebesar 0,0018%.

Pada perhitungan berikutnya, dicoba untuk mengganti nilai parameter untuk mengetahui pengaruhnya terhadap efektivitas pendekatan yang diusulkan. Nilai deviasi standar dari permintaan selama interval $T + L$ sebesar $\sigma = 3$, sedangkan masing-masing parameter a, h, D , dan B telah diubah dengan mengalikan nilai aslinya dengan nilai 10; 2; 0,5; dan 0,1. Untuk perhitungan berikutnya lagi besaran L dikembangkan dengan kelipatan yang lebih besar (0,5; 1; 2; 4) dari waktu siklusnya. Rasio waktu siklus antara pendekatan sekuensial dengan pendekatan usulan dibandingkan terhadap

waktu siklus optimalnya, T_{seq}/T_{opt} dan T^*/T_{opt} , kemudian dihubungkan dengan biaya pinaltinya, $\widehat{TC}(T_{seq})/\widehat{TC}(T_{opt})$ dan $\widehat{TC}(T^*)/\widehat{TC}(T_{opt})$ seperti yang ditunjukkan pada Tabel 3.1. Selanjutnya dibandingkan juga dengan rasio dari $TC(T^*)/\widehat{TC}(T^*)$ dan $TC(T^*)/\widehat{TC}(T_{opt})$

Berdasarkan pada Tabel 3.1 dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

- 1) Model usulan dengan pendekatan heuristik sangat efektif, total biaya yang ditimbulkan sangat dekat dengan biaya optimal (rata-rata *error* yakni 0,0017% dan maksimum *error* 0,0074%).
- 2) Dibandingkan dengan pendekatan *sequential*, hasil total biaya dengan pendekatan heuristik menunjukkan angka yang lebih kecil.
- 3) Meskipun lead time yang singkat memberikan total biaya yang rendah dengan mengurangi panjang periode yang tidak perlu, perbaikan selanjutnya dapat dicapai dengan pendekatan yang di usulkan.

Tabel 3.1 Efektivitas pendekatan heuristik usulan

a	h	D	σ	L	B	$\frac{L}{T^*}$	$\frac{T_{seq}}{T_{opt}}$	$\frac{T^*}{T_{opt}}$	$\frac{\widehat{TC}(T_{seq})}{\widehat{TC}(T_{opt})}$	$\frac{\widehat{TC}(T^*)}{\widehat{TC}(T_{opt})}$	$\frac{TC(T^*)}{TC(T^*)}$	$\frac{TC(T^*)}{\widehat{TC}(T_{opt})}$	α
100	0.2	4000	882	0.05	8	0.129	1.278	0.992	1.01846	1.00002	0.99960	0.99961	0.415
1000	0.2	4000	1547	0.05	8	0.039	1.214	0.995	1.01181	1.00001	0.99981	0.99982	0.391
200	0.2	4000	1038	0.05	8	0.090	1.262	0.993	1.01676	1.00001	0.99967	0.99969	0.406
50	0.2	4000	756	0.05	8	0.184	1.293	0.992	1.01982	1.00002	0.99956	0.99958	0.428
10	0.2	4000	549	0.05	8	0.420	1.315	0.991	1.02090	1.00002	0.99952	0.99955	0.471
100	2	4000	572	0.05	8	0.373	1.175	0.997	1.00742	1.00000	0.99991	0.99992	0.443
100	0.4	4000	766	0.05	8	0.178	1.253	0.994	1.01540	1.00001	0.99971	0.99973	0.420
100	0.1	4000	1023	0.05	8	0.093	1.300	0.991	1.02130	1.00003	0.99951	0.99953	0.413
100	0.02	4000	1468	0.05	8	0.043	1.343	0.988	1.02711	1.00005	0.99925	0.99929	0.414
100	0.2	40,000	5483	0.05	8	0.420	1.315	0.991	1.02087	1.00002	0.99952	0.99955	0.470
100	0.2	8000	1511	0.05	8	0.184	1.293	0.992	1.01980	1.00002	0.99956	0.99958	0.427
100	0.2	2000	519	0.05	8	0.090	1.262	0.993	1.01676	1.00001	0.99967	0.99969	0.406
100	0.2	400	155	0.05	8	0.039	1.214	0.995	1.01185	1.00001	0.99981	0.99982	0.391
100	0.2	4000	1032	0.2	8	0.500	1.244	0.995	1.01307	1.00001	0.99979	0.99980	0.471
100	0.2	4000	1220	0.42	8	1.006	1.195	0.998	1.00745	1.00000	0.99993	0.99993	0.540
100	0.2	4000	1566	0.92	8	2.002	1.088	1.000	1.00125	1.00000	1.00000	1.00000	0.649
100	0.2	4000	2366	2.52	8	4.001	0.800	1.008	1.00487	1.00001	0.99988	0.99988	0.813
100	0.2	4000	849	0.05	80	0.141	1.385	0.985	1.03179	1.00007	0.99897	0.99905	0.440
100	0.2	4000	871	0.05	16	0.133	1.315	0.990	1.02281	1.00003	0.99944	0.99947	0.423
100	0.2	4000	897	0.05	4	0.124	1.237	0.995	1.01386	1.00001	0.99976	0.99977	0.408
100	0.2	4000	948	0.05	0.8	0.110	1.097	0.999	1.00262	1.00000	0.99998	0.99998	0.402

- 4) Kualitas dari persamaan yang diusulkan sangat bagus. Rasio $TC(T^*)/\widehat{TC}(T_{opt})$ dimana hasil pembagian kondisi asli terhadap pendekatan fungsi biaya sangat dekat dengan 1, dst. Dan terlihat jelas bahwa pendekatan usulan sangat efektif.

3.5. Joint Replenishment Problem

Pada bagian ini akan membahas mengenai *joint replenishment problem* dengan mempertimbangkan permintaan yang bersifat stokastik dan adanya kekurangan persediaan (*stockout*). Selain parameter yang digunakan pada pembahasan model di bagian 3.2, ada beberapa tambahan notasi parameter yaitu

A : biaya pesan mayor

a_i : biaya pesan minor untuk setiap item yang dipesan

Sedangkan untuk notasi $D_i, k_i, h_i, a_i, z_i, \sigma_i, u_i, v_i, w_i$ sebelumnya sudah didefinisikan hanya ditambah variabel i untuk menandakan item ke i , sehingga persamaan total biaya untuk n produk famili dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\widehat{TC} = \frac{A}{T} + \frac{\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{k_i}}{T} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{D_i k_i T h_i}{2} + \frac{B_i}{k_i T} \sigma_i \sqrt{k_i T + Lf[z_i(k_i T)]} \right] \quad (3.12)$$

Dapat disederhanakan menjadi:

$$TC = \frac{A}{T} + \frac{\sum_{i=1}^n \frac{u_i}{k_i}}{T} + \frac{T}{2} \sum_{i=1}^n k_i v_i + \sum_{i=1}^n w_i \quad (3.13)$$

Prosedur heuristik berikut dapat dikerjakan dengan tahapan sebagai berikut, yang mirip dengan logika dari Silver (1976) dan Jackson et al. (1985) mengenai *joint replenishment problem*.

- 1).. Menghitung $T_i = \sqrt{\frac{2u_i}{v_i}}$
- 2).. Mengurutkan item dari kecil terbesar berdasarkan nilai T_i
- 3).. Andaikan s menunjukkan nilai terkecil j berdasarkan pada

$$T'_j \equiv \sqrt{\frac{2(A + \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{k_i})}{\sum_{i=1}^n k_i v_i}} < T_{j+1}$$

- 4).. $k_i = 1 ; i = 1, 2, \dots, n,$
 $k_i = q$ (bilangan bulat) berdasarkan pada

$$\sqrt{(q-1)q} \leq \frac{T_i}{T'_s} \leq \sqrt{(q+1)q}$$

Dimana $i = s + 1, \dots, n$

5).. Menghitung

$$T = \sqrt{\frac{2 \left(A + \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{k_i} \right)}{\sum_{i=1}^n k_i v_i}}$$

$$F[z_i(k_i T)] = 1 - \frac{h_i}{B_i} k_i T$$

Dalam penelitian ini selanjutnya, untuk membuktikan keefektifan dari algoritma heuristik yang diusulkan. Maka, diberikan uji numerik menggunakan enam *item* seperti yang ditunjukkan pada Tabel 3.2.

Waktu siklus dasar, T, k_i, z_i diperoleh dengan menggunakan algoritma dan solusi siklus optimal (menggunakan pencarian global) ditunjukkan pada Tabel 3.3. Perlu diingat bahwa hasil heuristik yang disarankan pada total biaya hanya 0,01 atau 0,0005% diatas penjadwalan siklus optimal.

Tabel 3.1 Data uji numerikal

<i>Item</i>	a_i	h_i	D_i	σ_i	L_i	B_i
1	1.8	0.4	2900	500	0.05	0.8
2	2	1	1850	500	0.05	2
3	1.2	0.8	2750	500	0.05	1.6
4	3.2	0.2	1600	500	0.05	0.4
5	3.1	0.8	3200	500	0.05	1.6
6	2.7	0.2	1400	500	0.05	0.4
A=10						

Tabel 3.2 Uji numerical - *joint replenishment*

<i>Item</i>	<i>Heuristic</i>		<i>Optimum</i>	
	<i>ki</i>	<i>zi</i>	<i>ki</i>	<i>zi</i>
1	1	1.917	1	1.915
2	1	1.917	1	1.915
3	1	1.917	1	1.915
4	2	1.596	2	1.594
5	1	1.917	1	1.915
6	2	1.596	2	1.594
<i>T</i>		0.0552		0.0550
\widehat{TC}		1909.87		1909.86

Berdasarkan hasil yang diperoleh pada Tabel 3.3 dapat disimpulkan bahwa model yang diusulkan memberikan hasil yang baik. Persamaan yang sebelumnya cukup kompleks untuk menyelesaikan permasalahan *periodic system* dengan mempertimbangkan permintaan stokastik dan variabel biaya *stockout*, dengan persamaan yang diusulkan menjadi lebih mudah digunakan dan dapat memudahkan dalam uji sensitivitas dan pengambilan keputusan.

3.6. Daftar Pustaka

- D.R. Atkins, P.O. Iyogun, Periodic versus ‘Can-Order’ policies for coordinated multi-item inventory systems, *Management Science* 34, (6) (1988) 791–796.
- J.L. Balintfy, On a basic class of multi-item inventory problems, *Management Science* 10 (2) (1964) 287–297.
- R.G. Brown, *Decision Rules for Inventory Management*, Holt, Reinhart and Winston, 1967.

- A. Eynan, D.H. Kropp, Periodic review and joint replenishment in stochastic demand environments, *IIE Transactions* 30 (11) (1998), 1025–1033.
- A. Eynan, D.H. Kropp, EOQ-Like Solutions for Stochastic Demand Periodic Review Systems, Working paper, University of Richmond, 2003.
- A. Federgruen, H. Groenevelt, H.C. Tijms, Coordinated replenishments in a multi-item inventory system with compound Poisson demands, *Management Science* 30 (3) (1984) 344–357.
- A. Federgruen, Y.-S. Zheng, The joint replenishment problem with general joint cost structures, *Operations Research* 40 (2) (1992), 384–403.
- S.K. Goyal, Determination of optimum packaging frequency of items jointly replenished, *Management Science* 21 (4) (1974) 436–443.
- S.K. Goyal, A.S. Belton, On a simple method of determining order quantities in joint replenishments under deterministic demand, *Management Science* 25 (6) (1979) 604.
- G. Hadley, T.M. Whitin, *Analysis of Inventory Systems*, Prentice-Hall, 1963.
- P. Jackson, W. Maxwell, J. Muckstadt, The joint replenishment problem with a power-of-two-restriction, *IIE Transactions* 17 (1), (1985), 25–32.
- M. Kaspi, M.J. Rosenblatt, An improvement of silver's algorithm for the joint replenishment problem, *IIE Transactions* 15 (3) (1983), 264–267.
- L.J. Krajewski, L.P. Ritzman, *Operations Management*, 6th ed., Prentice-Hall, 2002.
- H.L. Lee, S. Nahmias, Single-product, single-location models, in: S.C. Graves, A.H.G. Rinooy Kan, P.H. Zipkin (Eds.),

Logistics of Production and Inventory, North-Holland, New York, 1993.

- J.A. Muckstadt, R.O. Roundy, Multi-item, one-warehouse, multi-retailer distribution systems, *Management Science* 33 (12) (1987), 1613–1621.
- D.E. Platt, L.W. Robinson, R.B. Freund, Tractable (Q, R) Heuristic models for constrained service levels, *Management Science* 43 (7), (1997), 951–965.
- R. Roundy, 98%-Effective integer-ratio lot-sizing for one-warehouse multi-retailer systems, *Management Science* 31 (11), (1985), 1416–1430.
- R. Roundy, A 98%-effective lot-sizing rule for a multi-product, multi-stage production/inventory system, *Mathematics of Operations Research* 11 (4) (1986) 699–727.
- E.A. Silver, A control system for coordinated inventory replenishment, *International Journal of Production Research* 12 (6) (1974), 647–671.
- E.A. Silver, A simple method of determining order quantities in joint replenishments under deterministic demand, *Management Science* 22 (12) (1976) 1351–1361.
- E.A. Silver, Establishing reorder points in the (S, c, s) coordinated control system under compound Poisson demand, *International Journal of Production Research* 19 (6) (1981) 743–750.
- E.A. Silver, D.F. Pyke, R. Peterson, *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*, 3rd ed., Wiley, 1998.
- Y.S. Zheng, On properties of stochastic inventory systems, *Management Science* 38 (1) (1992) 87–103

BAB IV
MODEL PERSEDIAAN *MULTI-ITEM PRODUCT*
DENGAN *DEMAND* DAN *LEAD TIME* PROBABILISTIK
PADA *BUYER* DAN *VENDOR* TERINTEGRASI
(Studi Kasus di PT Mega Andalan Kalasan, Yogyakarta)

Oleh
Kevin Yogatama, Laila Nafisah, Puryani

4.1. Pendahuluan

PT Mega Andalan Kalasan (PT MAK) merupakan salah satu produsen *hospital equipment* besar di Indonesia. Perusahaan ini berhasil mengembangkan lebih dari 10 jenis kelas produk dengan total lebih dari 600 tipe produk *hospital equipment*. Sebagian besar komponen-komponen penyusun produk-produk PT MAK dihasilkan oleh anak perusahaan PT MAK sendiri. Strategi sistem produksi yang digunakan oleh PT MAK adalah *assembly to order* (ATO). PT MAK bertugas merangkai seluruh komponen-komponen yang diperoleh menjadi produk siap jual. Pada kegiatan di lapangan, sistem produksi yang diadopsi oleh perusahaan didasarkan pada permintaan konsumen atau dapat disebut juga sebagai MTO (*Make to Order*). Pada beberapa jenis produk terdapat pemesanan yang repetitif, sehingga perusahaan melakukan pendekatan sistem MTS (*Make to Stock*) atau tetap melakukan kegiatan produksi tanpa menunggu permintaan konsumen datang.

Permasalahan yang terjadi di perusahaan adalah kerap kali terjadinya lini pengemasan terhenti akibat kardus *packing* yang tidak tersedia. Keterlambatan pengiriman kardus *packing*

ini di indikasi terjadi karena berbagai faktor. Faktor-faktor tersebut mulai dari variasi *item* yang dipesan, jumlah pesanan, kapasitas produksi, prioritas pengiriman dan lainnya yang dihadapi oleh *vendor*. *Vendor* yang terlibat dalam pengadaan kardus *packing* adalah PT MARK, yang merupakan anak perusahaan PT MAK yang memproduksi kardus *packing*. Selama kurun waktu pengamatan, akibat dari faktor-faktor tersebut *lead time* kedatangan kardus *packing* sangatlah acak. Keterlambatan terhadap kedatangan kardus *packing* bukanlah permasalahan yang dapat dibiarkan begitu saja. Keterlambatan ini tentunya juga akan memberikan banyak risiko bagi perusahaan. Selain risiko kerusakan fisik produk, risiko keterlambatan pada pengiriman akan dialami juga oleh perusahaan. Tentunya hal ini akan berdampak pada penilaian dan loyalitas konsumen ke perusahaan.

Pada penelitian ini dilakukan pengembangan model persediaan untuk membantu menganalisis kebijakan pemesanan yang dilakukan setiap dua minggu sekali sudah optimal atau belum. Pengendalian pada sistem persediaan akan dilakukan pendekatan dengan memperhatikan beberapa faktor yang mungkin menghambat. Faktor tersebut antara lain *buyer* dan *vendor* yang terintegrasi, pemesanan pada *multi-item product*, *lead time* pemesanan dan permintaan yang probabilistik. Dengan fungsi tujuannya adalah meminimasi total biaya persediaan *buyer* dan *vendor*.

Model yang sudah tersedia belum mengakomodasi seluruh variabel-variabel yang dianggap sebagai pengaruh keterlambatan kardus *packing*. Maka untuk dapat mengakomodasi seluruhnya, akan dibangun model baru dengan mengembangkan model Ben-Daya dan Hariga (2003) dengan

referensi tambahan menggunakan jurnal Eynan dan Kropp (2007). Permasalahan persediaan *single item* pada *buyer* dan *vendor* yang terintegrasi dengan model Q yang dibahas oleh Ben-Daya dan Hariga (2003) akan dirubah menjadi model P dengan memperhatikan pemesanan *multi-item* menggunakan JRO. Akhirnya model ini akan mampu melakukan pengendalian persediaan dengan mempertimbangkan faktor-faktor penghambat kedatangan kardus *packing*.

4.2. Asumsi

Beberapa asumsi yang digunakan dalam penelitian ini dapat dijabarkan sebagai berikut:

- 1) Permintaan *buyer* tergantung dari permintaan pelanggan yang bersifat probabilistik dan berdistribusi normal
- 2) Interval waktu antar pemesanan dari *buyer* ke *vendor* bersifat tetap
- 3) Harga item tetap, tidak tergantung pada waktu dan besarnya item yang dipesan.
- 4) Biaya pesan dari *buyer* ke *vendor* tetap untuk setiap kali pemesanan.
- 5) Biaya simpan sebanding dengan harga item dan waktu penyimpanannya.
- 6) Biaya kekurangan persediaan sebanding dengan jumlah item yang tidak dapat langsung dilayani.
- 7) Jika terjadi kekurangan persediaan, maka akan diatasi secara *backorder*.
- 8) Kapasitas penyimpanan baik di level *vendor* maupun di level *buyer* selalu tercukupi berapapun jumlah item yang disimpan.

- 9) Kapasitas produksi mencukupi untuk memproduksi item dalam memenuhi permintaan
- 10) Kualitas produk sesuai standar (tidak ada yang cacat).
- 11) *Lead time* proporsional terhadap ukuran produksi di level *vendor* termasuk aktivitas non produktif lainnya.

4.3. Notasi yang digunakan

Adapun notasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

TC_{bv} : ekspektasi total biaya persediaan gabungan *buyer-vendor* per periode

TC_b : ekspektasi total biaya persediaan per periode di level *buyer*

TC_v : ekspektasi total biaya persediaan per periode di level *vendor*

PC_b : ekspektasi biaya pembelian per periode di level *buyer*

OC_b : ekspektasi biaya pesan per periode di level *buyer*

HC_b : ekspektasi biaya simpan per periode di level *buyer*

SC_b : ekspektasi biaya shortage per periode di level *buyer*

OC_v : ekspektasi biaya setup per periode di level *vendor*

HC_v : ekspektasi biaya simpan per periode di level *vendor*

SC_v : ekspektasi biaya shortage per periode di level *vendor*

h_b : biaya simpan per unit pada level *buyer*

h_v : biaya simpan per unit pada level *vendor*

B : biaya shortage per unit

P : biaya produksi pada level *vendor*

K : biaya setup pada level *vendor*

Y : harga barang per unit

A : biaya pesan mayor

a : biaya pesan minor

- T : interval antar pemesanan
- D : tingkat permintaan per periode
- L : *lead time* di level *buyer*
- \bar{L} : ekspektasi *lead time* di level *buyer*
- $\frac{1}{p}$: laju produksi per unit waktu
- Q : kuantitas kiriman pesanan dari *vendor* ke *buyer*
- R : *inventory maximum level* (unit)
- $\bar{S}(x)$: ekspektasi *stock out* (unit)
- k : konstanta pengali bersifat integer
- i : periode ke- n

4.4. Model

Pada penelitian ini dikembangkan model persediaan terintegrasi antara *vendor* dan *buyer* dalam sebuah sistem rantai pasok di bawah permintaan yang bersifat stokastik, multi-item dan *lead time* bervariasi. Model yang dibangun berbasis pada sebuah perusahaan *hospital equipment* yang ada di Yogyakarta. Tujuan model ini adalah untuk menentukan kebijakan pengendalian persediaan produk karton *packing* yang optimal terutama dalam menentukan kuantitas pengiriman dari *vendor* ke *buyer*, periode pemesanan bersama dari *buyer* ke *vendor*, dan *inventory maximum level* yang optimal setiap item di tingkat *buyer* sehingga total biaya persediaan gabungan dari sistem yang ditimbulkan dapat diminimasi. Model dasar yang digunakan dalam pengembangan model ini merupakan modifikasi dari modelnya Ben-Daya & Hariga (2004) dan Eynan & Kropp (2007), yang kemudian penyelesaiannya di konversi ke *periodic review model* dengan memperhatikan

pemesanan *multi-item* menggunakan pendekatan stochastic demand *joint replenishment order*.

Fungsi tujuan dari model ini adalah meminimasi ekspektasi total biaya persediaan gabungan per periode (TC_{bv}), yang terdiri dari ekspektasi total biaya persediaan per periode di level *vendor* (TC_v) dan ekspektasi total biaya persediaan per periode di level *buyer* (TC_b). Adapun variabel keputusan yang akan dicari adalah

- (1) Interval waktu antar pemesanan yang optimal (T^*)
- (2) Tingkat persediaan maksimum (R^*)
- (3) *Safety stock* (ss)

Fungsi tujuan:

Minimasi $TC_{bv} = TC_b + TC_v$

1) **Ekspektasi total biaya persediaan di level *buyer* (TC_b)**

Pendekatan model yang digunakan di level *buyer* adalah menggunakan *periodic review system*. Ekspektasi total biaya persediaan di level *buyer* per periode terdiri ekspektasi biaya pembelian per periode (PC_b), ekspektasi biaya pemesanan per periode (OC_b), ekspektasi biaya simpan per periode (HC_b), dan ekspektasi biaya kekurangan persediaan per periode (SC_b). Total biaya persediaan per periode dapat dinyatakan sebagai

$$TC_b = PC_b + OC_b + HC_b + SC_b$$

Jika kekurangan persediaan diatasi secara *backorder*, maka berdasarkan Elsayed, 1994 diperoleh persamaan:

$$TC_b = YD + \frac{A}{T} + \frac{TDh_b}{2} + h_b \left\{ R - DL - \frac{TD}{2} \right\} + \frac{B}{T} \int_R^\infty [x - R]f(x)dx \quad (4.1)$$

Jika distribusi permintaan selama periode $(T + L)$ berdistribusi normal dengan standar deviasi $\sigma\sqrt{(T + L)}$ dan ekspekstasi permintaan sebesar $D(T + L)$, maka

$$\begin{aligned} \bar{x} &= D_{T+L} = D(T + L) \\ z_\alpha &= \frac{R - D(T + L)}{\sigma\sqrt{T + L}} \\ R &= D(T + L) + z_\alpha\sigma\sqrt{T + L} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Sehingga menjadi

$$TC_b = YD + \frac{A}{T} + \frac{DT h_b}{2} + h_b z_\alpha \sigma \sqrt{T + L} + \frac{B}{T} \int_R^\infty [x - R]f(x)dx \quad (4.3)$$

Sedangkan

$$\bar{S}(x) = \int_R^\infty (x - R)dx = \frac{S_d}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} - \frac{S_d \cdot z_\alpha}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_\alpha}^\infty e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

Dimana,

$$\begin{aligned} z_\alpha &= \frac{R - \bar{x}}{S_d} \\ f(z_\alpha) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} \end{aligned}$$

$$\psi(z_\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_\alpha}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

Sehingga besarnya ekspektasi *stockout* dapat dinyatakan

$$\bar{S}(x) = \sigma\sqrt{T + L}[f(z_\alpha) - (z_\alpha)\psi(Z\alpha)] \quad (4.4)$$

Jika *lead time* pemesanan (L) bervariasi dan merupakan variabel acak diskrit dengan distribusi $f(L)$, maka ekspektasi *lead time* dapat dituliskan sebagai

$$\bar{L} = \sum_i L_i \cdot f(L_i)$$

Sehingga

$$\bar{S}(x) = \sigma\sqrt{T + \bar{L}}[f(z_\alpha) - (z_\alpha)\psi(Z\alpha)] \quad (4.5)$$

Untuk menentukan *safety stock*, SS dapat menggunakan transformasi

$$z_\alpha = \frac{R - \bar{x}}{s_d}$$

Dimana, $ss = R - \bar{x}$, maka

$$z_\alpha = \frac{ss}{s_d}$$

$$ss = z_\alpha \cdot s_d$$

Jika $s_d = \sigma\sqrt{(T + \bar{L})}$, maka

$$ss = z_\alpha \cdot \sigma\sqrt{(T + \bar{L})} \quad (4.6)$$

Nilai z_α adalah variable acak normal standar, dimana disebelah kanan nilainya terdapat peluang sebesar α .

Secara fisik, nilai z_α dapat diartikan sebagai factor pengaman yang diinginkan perusahaan. Besarnya nilai z dengan berbagai nilai α dapat dilihat pada tabel distribusi normal standar yang ada di lampiran, sedangkan nilai $f(z_\alpha)$ dan $\psi(z_\alpha)$ masing-masing dapat dilihat pada Tabel 5-3 (Tersine, 1994, pp: 220-221) atau Tabel B (Bahagia, 2006, pp: 256-257).

2) Ekspektasi total biaya persediaan di level *vendor* (TC_v)

Model total biaya persediaan *vendor* berasal dari persamaan total biaya dalam pendekatan *Economic Production Quantity* (EPQ). Ekspektasi total biaya persediaan di level *vendor* per periode terdiri ekspektasi biaya produksi per periode (PC_v), ekspektasi biaya *set-up* per periode (OC_v), dan ekspektasi biaya simpan per periode (HC_v). Total biaya persediaan per periode di level *vendor* dapat dinyatakan sebagai

$$TC_v = PC_v + OC_v + HC_v$$

Pengembangan model di level *vendor* pada penelitian ini mengacu pada model Ben Daya & Hariga (2004) terlebih dahulu, dimana dalam model yang dikembangkan berbasis pada *continuous review system*. Kemudian nanti akan ditransformasikan ke *periodic review system*.

Hubungan antara *vendor* dan *buyer* dapat dijelaskan bahwa *buyer* memesan produk ke *vendor* sebanyak Q dari *vendor* dan timbul biaya pemesanan sebesar A . *Vendor* memproduksi produk sebanyak Q dengan laju produksi sebesar $\frac{1}{p}$ dimana $\frac{1}{p} > D$ dan timbul biaya *set-up* sebesar K .

Buyer akan melakukan pemesanan ulang apabila persediaannya mencapai titik r .

Jika ditransformasikan ke *periodic review system* dimana $Q = TD$, maka persamaan (4.10) menjadi

$$TC_v = K + \frac{h_v D}{2}(1 - Dp) - \frac{TD}{2}(1 - 2Dp) \quad (4.7)$$

3) Ekspektasi total biaya persediaan gabungan (TC_{bv})

Ekspektasi total biaya persediaan gabungan per periode (TC_{bv}) dapat ditulis sebagai

$$TC_{bv} = TC_b + TC_v$$

$$\begin{aligned} TC_{bv} = YD + \frac{A}{T} + \frac{DT h_b}{2} + h_b \cdot z_\alpha \cdot \sigma \sqrt{T + L} \\ + \frac{B}{T} \int_R^\infty [x - R] f(x) dx \\ + K + \frac{h_v D}{2}(1 - Dp) - \frac{TD}{2}(1 - 2Dp) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Model total biaya persediaan gabungan pada persamaan (4.8), masih mengandung biaya kekurangan persediaan yang dinilai masih cukup sulit untuk diselesaikan. Maka, dengan mengikuti persamaan 3.2 pada model Eynan & Kropp (2007) diperoleh persamaan fungsi ekspektasi biaya persediaan yang dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} TC_{bv} = YD + \frac{A}{T} + \frac{DT h_b}{2} + h_b z \sigma \sqrt{T + L} \\ + \frac{B}{T} [\sigma \sqrt{T + L} (f(z) - z[1 - F(z)])] \\ + K + \frac{h_v D}{2}(1 - Dp) - \frac{TD}{2}(1 - 2Dp) \end{aligned} \quad (4.9)$$

4) Waktu antar produksi pada kondisi deterministik

Berdasarkan model Eynan dan Kropp (2007), diketahui bahwa nilai interval waktu pada kondisi deterministik, tidak terjadi *stockout*, dimana nilai B diset = 0, nilai optimal pada T_{det} dapat diperoleh dengan cara menurunkan persamaan (4.9) terhadap T dan disamakan dengan nol, sehingga diperoleh

$$-\frac{a}{T^2} + \frac{Dh_b}{2} - \frac{D}{2}(1 - 2Dp) = 0$$

$$\frac{Dh_b}{2} - \frac{D}{2}(1 - 2Dp) = \frac{a}{T^2}$$

$$T^2 = \frac{2a}{Dh_b - D(1 - 2Dp)}$$

$$T_{det} = \sqrt{\frac{2a}{Dh_b - D(1 - 2Dp)}} \quad (4.10)$$

5) Peluang *out of stock*

Untuk kasus permintaan yang bersifat stokastik dan kebijakan pengendalian persediaannya dengan pendekatan *periodic review system*, terjadinya *stockout* apabila rata-rata permintaan selama $T + L$ lebih besar dari tingkat persediaan maksimumnya (R). Sehingga peluang terjadinya *out of stock* dapat ditulis sebagai

$$P(x > R) = \alpha$$

Dalam menentukan tingkat persediaan maksimum, R pada permintaan yang berdistribusi normal akan mudah dengan menentukan nilai z terlebih dahulu. Setelah nilai z ketemu, maka akan dapat ditentukan nilai α .

Dengan mengadopsi modelnya Eynan & Kropp (2007), penurunan maka untuk memperoleh nilai z optimal, maka persamaan (4.9) di turunkan terhadap z sehingga diperoleh Dengan permintaan berdistribusi normal $\frac{df(z)}{dz} = -zf(z)$, dan diperoleh seperti pada persamaan (4.11) berikut ini

$$1 - F[z(T)] = \frac{h}{B}T \quad (4.11)$$

Dimana $z(T)$, nilai z optimal untuk setiap nilai T , harus memenuhi persamaan (4.11).

Untuk menjamin bahwa persamaan (4.9) memberikan biaya minimal, maka persamaan (4.9) diturunkan sebanyak dua kali

$$\frac{\partial^2 \text{TC}(T, z)}{\partial^2 z} = \sigma\sqrt{T+L} \frac{B}{T} f(z) > 0$$

Mensubstitusikan persamaan (3.4) ke persamaan (4.9) akan diperoleh fungsi total biaya yang sederhana, dengan satu variabel T yang belum diketahui

$$\begin{aligned} \widehat{TC}(T) = & YD + \frac{A}{T} + \frac{DT h_b}{2} + \frac{B}{T} \sigma\sqrt{T+L} f[z(T)] \\ & + K + \frac{h_v D}{2} (1 - Dp) - \frac{TD}{2} (1 - 2Dp) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Persamaan (4.12) dapat dilakukan penyederhanaan kembali, untuk memperoleh fungsi yang lebih sederhana dan mudah untuk diselesaikan, maka $\sqrt{T+L} f[z(T)]$ dapat dilakukan pendekatan dengan menggunakan tiga aturan deret Taylor (Eynan & Kropp, 2007).

Melakukan turunan pertama pada persamaan (4.11) terhadap T dan diperoleh

$$-\frac{dF[z(T)]}{dz(T)} \frac{dz(T)}{dT} = \frac{h}{B} \quad \text{atau} \quad \frac{dz(T)}{dT} = \frac{h}{Bf[z(T)]}$$

Sehingga

$$\begin{aligned} \frac{df[z(T)]}{d(T)} &= \frac{df[z(T)]}{dz(T)} \frac{dz(T)}{dT} \\ &= (-z(T)f[z(T)]) \left(-\frac{h}{Bf[z(T)]} \right) = z(T) \frac{h}{B} \end{aligned}$$

dan dua turunan pertama dari $\sqrt{T+L} f[z(T)]$ adalah

$$\text{a) } \{ \sqrt{T+L} f[z(T)] \}' = \frac{f[z(T)]}{2\sqrt{T+L}} + z(T) \frac{h}{B} \sqrt{T+L}$$

$$\text{b) } \{ \sqrt{T+L} f[z(T)] \}'' = \frac{z(T) h}{\sqrt{T+L} B} - \frac{f[z(T)]}{4(T+L)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{T+L}}{f[z(T)]} \frac{h^2}{B^2}$$

Evaluasi $\sqrt{T+L} f[z(T)]$ pada $T_{det} = \sqrt{\frac{2a}{Dh}}$ (yang merupakan solusi model deterministic), diperoleh:

$$\sqrt{T+L} f[z(T)] \approx b + b'(T - T_{det}) + \frac{b''(T - T_{det})^2}{2} \quad (4.13)$$

Dimana:

$$b = \sqrt{T_{det} + L} f[z(T_{det})]$$

$$b' = \frac{f[z(T_{det})]}{2\sqrt{T_{det}+L}} + \sqrt{T_{det} + L} z(T_{det}) \frac{h}{B}$$

$$b'' = \frac{z(T_{det}) h}{\sqrt{T_{det}+L} B} - \frac{f[z(T_{det})]}{4(T_{det}+L)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{T_{det}+L}}{f[z(T_{det})]} \frac{h^2}{B^2}$$

Mensubstitusikan persamaan (4.13) ke persamaan (4.12), maka akan diperoleh

$$TC(T) = \frac{u}{T} + \frac{vT}{2} + w \quad (4.14)$$

Dimana:

$$u = a + B\sigma(b - b'T_{det} + \frac{b''T_{det}^2}{2})$$

$$v = Dh + B\sigma b''$$

$$w = B\sigma(b' - b''T_{det})$$

Dari persamaan yang telah disederhanakan pada persamaan total biaya gabungan (4.14), dapat dilakukan pencarian nilai T^* dengan menurunkan terhadap T dan disama dengankan 0 dan diperoleh T optimal (T^*) sebagai berikut:

$$T^* = \sqrt{\frac{2u}{v}} \quad (4.15)$$

Dengan mensubstitusikan nilai T^* tersebut ke persamaan (4.14) diperoleh nilai TC^* seperti pada persesbagai berikut:

$$TC^* = \sqrt{2uv} + w \quad (36)$$

6) Model *Joint Replenishment Order*

Pada kasus yang diteliti pembelian komponen akan dilakukan secara beramaan, maka akan dilakukan dengan pendekatan *joint replenishment problem* (JRP). Fungsi biaya yang diperoleh pada persamaan (4.12) dilakukan penyesuaian terhadap model JRP. Dengan menambahkan variabel i pada setiap parameter yang telah ada dan

menyesuaikan sesuai persamaan (4.12), (4.14), (4.15) dan (4.16). Maka diperoleh persamaan total biaya sebagai berikut (Eynan & Kropp, 2007):

$$\widehat{TC} = \frac{A}{T} + \frac{\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{k_i}}{T} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{k_i T(D_i h_i - D_i(1-D_i p))}{2} + \frac{B_i}{k_i T} \sigma_i \sqrt{k_i T + Lf[z_i(k_i T)]} + K + \frac{h_v D_i(1-D_i p)}{2} + Y_i D_i \right] \quad (4.17)$$

Dan dapat disederhanakan menjadi:

$$TC = \frac{A}{T} + \frac{\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{k_i}}{T} + \frac{T}{2} \sum_{i=1}^n k_i v_i + \sum_{i=1}^n w_i \quad (4.18)$$

4.6. Solusi model

Prosedur heuristik berikut dapat dikerjakan dengan tahapan sebagai berikut, yang telah disesuaikan dengan algoritma penyelesaian *joint replenishment order*, prosedur tersebut adalah sebagai berikut (Eynan & Kropp, 2007):

- 1)....Menghitung nilai interval waktu awal pada item ke- i (T_i) dengan persamaan (4.19)

$$T_i = \sqrt{\frac{2u_i}{v_i}} \quad (4.19)$$

- 2) Mengurutkan *item* dari waktu ter singkat hingga terlama berdasarkan nilai T_i .
- 3) Mencari nilai T'_j pada seluruh item yang telah dihitung sebelumnya. Item dengan nilai T'_j yang paling rendah di per misalkan menjadi T'_s . Formulasi yang digunakan untuk mencari nilai T'_j adalah sebagai berikut:

$$T'_j \equiv \sqrt{\frac{2(A + \sum_{i=1}^j ui)}{\sum_{i=1}^j v_i}} < T_{j+1} \quad (4.20)$$

- 4)... Mencari nilai k yang merupakan konstanta bernilai *integer* yang memenuhi persamaan 50 di bawah ini:

$$\sqrt{(q-1)q} \leq \frac{T_i}{T'_s} \leq \sqrt{(q+1)q} \quad (4.21)$$

Dimana:

$k_i = q$ (bilangan bulat) dimulai dari angka satu
 $i = s + 1, \dots, n$

- 5)... Menghitung nilai interval waktu pemesanan optimal (T) menggunakan persamaan (4.22) di bawah ini.

$$T = \sqrt{\frac{2(A + \sum_{i=1}^n \frac{ui}{k_i})}{\sum_{i=1}^n k_i v_i}} \quad (4.22)$$

- 6)... Menghitung total biaya gabungan yang ditimbulkan dari kebijakan interval waktu menggunakan persamaan (4.22). Formulasi untuk menghitung total biaya gabungan dapat menggunakan persamaan (4.18).
- 7)... Mengulangi langkah 3) sampai dengan 5) sedemikian rupa sehingga diperoleh total biaya persediaan gabungan iterasi setelahnya lebih besar sama dengan TC pada iterasi sebelumnya.
- 8)... Selanjutnya untuk melakukan validasi terhadap model yang dibangun, dilakukan uji perhitungan numerik.

4.7..Perhitungan numerik

Perhitungan numerik dilakukan dengan memasukkan data yang diperoleh di lapangan, kemudian dibandingkan

dengan kebijakan perusahaan saat ini. Data yang diperlukan dapat dilihat pada Tabel 4.1 di bawah ini.

Tabel 4.1 Rekapitulasi data validasi model

Produk	MA101	33132	ME112	36609
<i>Y</i>	Rp 18.000	Rp 33.000	Rp 108.000	Rp 79.000
<i>a</i>	Rp 20.000	Rp 20.000	Rp 20.000	Rp 20.000
<i>hb</i>	Rp 1.312	Rp 1.312	Rp 1.312	Rp 1.312

Tabel 4.2 Rekapitulasi data validasi model

Produk	MA101	33132	ME112	36609
<i>A</i>	Rp 80.000	Rp 80.000	Rp 80.000	Rp 80.000
<i>B</i>	Rp 103.000	Rp 118.000	Rp 193.000	Rp 164.000
<i>hv</i>	Rp 941	Rp 941	Rp 941	Rp 941
<i>K</i>	Rp 100.000	Rp 100.000	Rp 100.000	Rp 100.000
<i>P = 1/p</i>	10000	10000	10000	10000
<i>p</i>	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
<i>L</i>	0,743107769	0,743107769	0,743107769	0,743107769
<i>D</i>	116	44	25	24
<i>σ</i>	22,62	10,47	6,98	7,70

Agar memudahkan penggunaan algoritma pada tahap 8), maka dapat dilakukan perhitungan terhadap beberapa variabel pembantu seperti pada table 4.3. Setelah variabel pembantu telah dihitung untuk setiap *item*, selanjutnya dapat menggunakan algoritma pada tahap 8) sehingga diperoleh iterasi yang ditunjukkan pada Tabel 4.4 dan Tabel 4.5.

Dari perhitungan diperoleh bahwa iterasi kedua menghasilkan nilai T^* optimal yang sama dan TC yang sama, maka dari hal tersebut iterasi dihentikan dan diperoleh kesimpulan bahwa T^* optimal adalah 0,829 bulan atau kurang

lebih 25 hari, dengan *TC* yang ditimbulkan adalah sebesar Rp 9.410.500.

Tabel 4.3 Rekapitulasi perhitungan variabel pembantu

Produk	MA101	33132	ME112	36609
<i>Tdet</i>	0,512856439	0,832723563	1,112173647	1,137431559
α	0,006532696	0,009258757	0,007560476	0,009099452
<i>Za</i>	2,481981899	2,35510417	2,429469154	2,361546184
$fz(Tdet)$	0,018337593	0,024923533	0,020861599	0,024547748
$\psi(Za)$	0,00212	0,0031	0,00246	0,0031
$za.\psi(Za)$	0,005261802	0,007300823	0,005976494	0,007320793
$fz(Tdet)-za.\psi(Za)$	0,013075791	0,01762271	0,014885105	0,017226954
<i>b</i>	0,014654014	0,022122162	0,02027481	0,023623798
<i>b'</i>	0,041264807	0,039890499	0,027959432	0,03218875
<i>b''</i>	0,009702625	0,003338309	-0,001507526	-0,0024243
<i>u (Rp)</i>	7808,059789	7721,80479	4166,678235	1617,518307
<i>v (Rp)</i>	174684,4497	61808,73499	30307,27293	27856,45532
<i>w (Rp)</i>	2381070,609	1639161,585	2827106,632	2029379,176

Tabel 4.4 Iterasi 1

Kode	Ti/T's	k = q				K	Ui/Ki	Ki * Vi	T	TC
		1	2	3	4					
MA101	0,298197	V	X	X	X	1	7.808,05	174.684,	0,829261	2.559.387
	758						9789	4497		,208
33132	0,498533	V	X	X	X	1	7.721,80	61.808,7	576	1.770.572
	577						479	3499		,423
ME112	0,522975	V	X	X	X	1	4.166,67	30.307,2	576	2.941.168
	669						8235	7293		,895
36609	0,339876	V	X	X	X	1	1.617,51	27.856,4		2.139.351
	869						8307	5532		,242
JUMLAH							21.314,0	294.656,		9.410.479
							6112	9129		,767

Tabel 4.5 Iterasi 2

Kode	Ti/T's	k = q				K	Ui/Ki	Ki * Vi	T	TC
		1	2	3	4					
MA1 01	0,360551 99	V	X	X	X	1	7.808,05 9789	174.684, 4497		2.559.387,20
3313 2	0,602778 754	V	X	X	X	1	7.721,80 479	61.808,7 3499		1.770.572 ,423
ME1 12	0,632331 777	V	X	X	X	1	4.166,67 8235	30.307,2 7293	0,829261 576	2.941.168 ,895
3660 9	0,410946 354	V	X	X	X	1	1.617,51 8307	27.856,4 5532		2.139.351 ,242
JUMLAH							21.314,0 6112	294.656, 9129		9.410.479 ,767

Hasil wawancara dengan perusahaan, diperoleh bahwa perusahaan menetapkan interval pemesanan adalah setiap 2 minggu sekali atau sebesar 0,5 bulan. Dengan menggunakan persamaan yang diperoleh pada persamaan (4.18) dapat diperoleh nilai TC . Ringkasan perbandingan total biaya yang ditimbulkan dapat dilihat pada Tabel 4.6 di bawah ini.

Tabel 4.6 Perbandingan metode usulan dan perusahaan

T (bulan)	Frekuensi/ tahun	Ongkos Total/tahun	Keterangan
0,8293	15 kali	Rp141.157.197	Metode Usulan
0,5	25 kali	Rp240.825.259	Metode Perusahaan

Berdasarkan hasil yang diperoleh bahwa metode usulan memberikan penghematan sebesar Rp 99.668.000 atau sebesar 41% setiap tahunnya. Dalam hal ini dapat disimpulkan T^* yang yang dihasilkan dari model usulan lebih baik daripada metode perusahaan yang selama ini dilakukan.

4.8. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pengembangan model dan analisis yang telah dilakukan, diperoleh kesimpulan bahwa model yang dibangun telah berhasil memberikan penghematan kepada perusahaan. Secara teoritis dari hasil perhitungan yang dilakukan dengan menggunakan metode usulan keputusan interval waktu yang optimal adalah selama 0,829 bulan atau 25 hari. Pada waktu tersebut dalam setahun frekuensi pemesanan akan berkurang dari 25 kali menjadi 15 kali, sehingga total biaya persediaan dapat mengalami penurunan sebanyak Rp 99.668.000 atau sebesar 41%. Model yang dibangun ini selain tidak hanya dapat digunakan untuk menghitung kardus *packing* saja tapi juga *item* lainnya.

4.9. Daftar Pustaka

- Bahagia, S. N. (2006). *Sistem Inventory*. Bandung: Penerbit ITB
- Ben-Daya, M., & Hariga, M. (2004). Integrated single vendor single buyer model with stochastic demand and variable lead time. *Int. J. Production Economics*, 75-80.
- Eynan, A., & Kropp, D. H. (1998). Periodic Review and Joint Replenishment in Stochastic Demand Environments. *IIE Transaction*, 1025-1033
- Bahagia, S. N. (2006). *Sistem Inventory*. Bandung: Penerbit ITB.
- Ben-Daya, M., & Hariga, M. (2004). Integrated single vendor single buyer model with stochastic demand and variable lead time. *Int. J. Production Economics*, 75-80.

Eynan, A., & Kropp, D. H. (1998). Periodic Review and Joint Replenishment in Stochastic Demand Environments. *IIE Transaction*, 1025-1033.

Eynan, A., & Kropp, D. H. (2007). Effective and simple EOQ-like solutions for stochastic demand periodic review systems. *European Journal of Operational Research*, 1135–1143



ISBN 978-623-389-132-5



LPPM UPN "VETERAN" YOGYAKARTA

Jl. SWK 104 (Lingkar Utara) Condong Catur Yogyakarta 55283