

ISBN : 978-979-8826-20-7

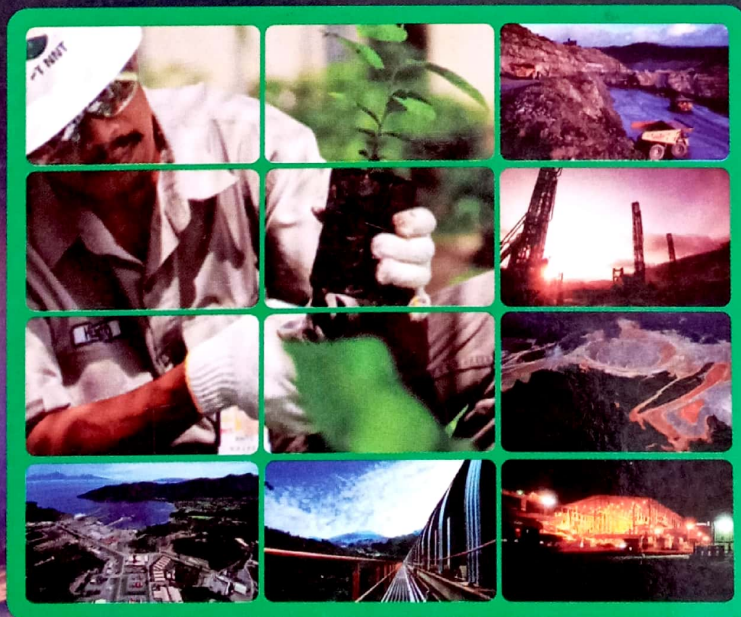
PERHAPI

PERHIMPUNAN AHLI PERTAMBANGAN INDONESIA
ASSOCIATION OF INDOONESIAN MINING PROFESSIONALS

PROSIDING

TEMU PROFESI TAHUNAN TPT XX PERHAPI 2011

**“Pengelolaan Sumberdaya Mineral dan Batubara
untuk Kemakmuran Rakyat”**



The Santosa Villas and Resort, Sengigi, Lombok, 10 - 11 Oktober 2011

PROSIDING TPT XX PERHAPI 2011

pengusahaan sumberdaya mineral dan batubara dapat dilaksanakan secara efektif, berdaya guna, berhasil guna, dan berdaya saing untuk mewujudkan kemakmuran bagi seluruh rakyat Indonesia.

Demi mewujudkan cita-cita bersama ini PERHAPI mengambil tema “Pengelolaan Sumberdaya Mineral dan Batubara untuk Kemakmuran Rakyat” yang diketengahkan dalam Temu Profesi Tahunan (TPT) XX PERHAPI 2011 di Lombok Nusa Tenggara Barat, 10 - 11 Oktober 2011. Selain sebagai wahana tukar pikiran atau untuk memperkaya wawasan, antar anggota PERHAPI maupun dengan pihak-pihak terkait, diharapkan Pertambangan Berkelanjutan akan terwujud. Dalam Acara ini, 66 Makalah terpilih untuk dipresentasikan oleh anggota PERHAPI ataupun dari pakar-pakar terkait. Dalam Prosiding ini yang berisi 70 Makalah yang dibagi menjadi Kelompok Kebijakan, Kelompok Eksplorasi, kelompok Operasi Penambangan, Kelompok Geoteknik Tambang, Kelompok Pengolahan Bahan Galian, Kelompok Lingkungan dan Kelompok Student Paper Contest. Diharapkan Prosiding ini dapat dijadikan sebagai salah satu bahan acuan, Khususnya untuk perihal Pengembangan Proses Teknologi dan Profesionalisme Menuju Keberlanjutan Pertambangan di Indonesia.

Dalam kesempatan yang berbahagia ini pula, segenap Pengurus PERHAPI ingin menyampaikan ucapan terimakasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada semua pihak yang telah mendukung terselenggaranya acara TPT XX PERHAPI 2011. Demikian pula bagi yang telah mendukung terwujudnya prosiding ini.

Jakarta, Oktober 2011

Prof. Dr. Ir. Irwandy Arif, DEA.,M.Sc

Ketua Umum PERHAPI

PROSIDING TPT XX PERHAPI 2011

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	i
Daftar Isi	iii

KELOMPOK I : EKSPLORASI

1. Ore Reconciliation at Petea Nickel Laterite Deposit, Agus Superiadi, Mylar Mukti and Abdul Rauf , <i>Mines and Exploration Department, PT. International Nickel Indonesia, Tbk. Sorowako</i>	1
2. Optimasi Spasi Pemboran Eksplorasi Pada Endapan Batubara Dengan Pendekatan Geostatistik, Studi Kasus Batubara Formasi Warukin Kalimantan Selatan, Mohamad Nur Heriawan¹, Rudy Hendrawan Noor², dan Syafrizal¹ , <i>'Kelompok Keahlian Eksplorasi Sumberdaya Bumi, Fakultas Teknik Pertambangan dan Perminyakan – ITB, ²Program Studi Magister Rekayasa Pertambangan, Fakultas Teknik Pertambangan dan Perminyakan – ITB</i>	11
3. Keprospekan Dan Kelayakan Kawasan Pertambangan Untuk Bahan Galian Golongan C Kecamatan Narmada Dan Lingsar Kabupaten Lombok Barat, Dwi Winarti, I Gde Dharma Atmaja , <i>Jurusan Teknik Pertambangan Fakultas Teknik Universitas Muhammadiyah Mataram</i>	21
4. Kajian Karakteristik Maseral Pada Lapisan Batubara Formasi Warukin, Kalimantan Selatan (Studi di PT. Adaro Indonesia), Edy Nursanto¹, Hendra Amijaya², Arifudin Idrus³, Subagyo Pramumijoyo⁴, Dwin Deswanto^{5,1} , <i>Mahasiswa program Doktor, Teknik Geologi, Universitas Gadjah Mada, ^{2, 3,} ⁴Jurusan Teknik Geologi, Universitas Gadjah Mada, ⁵PT. Adaro Indonesia</i>	32
5. Pemanfaatan Andesit Di Desa Gerbosari, Kecamatan Samigaluh, Kabupaten Kulon Progo, D.I. Yogyakarta Sebagai Bahan Bangunan, Priyo Widodo, Tedy Agung Cahyadi , <i>Staf Pengajar, Prodi Teknik Pertambangan, Fakultas Teknologi Mineral, UPN "Veteran" Yogyakarta</i>	42
6. Eksplorasi Bijih Emas Plaser Di Daerah Kabupaten Bombana Provinsi Sulawesi Tenggara, Waterman Sulistyana , <i>Magister Teknik Pertambangan, UPN "Veteran" Jogjakarta</i>	51
7. Eksplorasi Pendahuluan Tentang Keterdapatn Wolframite Sebagai Logam Langka Di Daerah Alitupu Kabupaten Poso - Sulawesi Tengah, Sofyan Rachman, Ahmad fauji , <i>Teknik Geologi, Universitas Trisakti</i>	60

PROSIDING TPT XX PERHAPI 2011

8. Aplikasi Mikrotermometri Dalam Eksplorasi Endapan Epithermal, **Syafrizal, M. Nur Heriawan, Teti Indriati**, *Kelompok Keahlian Eksplorasi Sumber Daya Bumi, Fakultas Teknik Pertambangan dan Perminyakan, Institut Teknologi Bandung* 69
9. *Mathematical Model* Untuk Estimasi Bahan Tambang, Nur Ali Amri, *Teknik Pertambangan FTMUPN "Veteran" Yogyakarta* 79
10. Karakteristik Akuifer Di Tamiang Layang, Barito Timur, Kalimantan Tengah, **Hasywir Thaib S; Barlian Dwinagara; R Hariyanto; Aldin Ardian**, *Program Studi Teknik Pertambangan UPN "Veteran" Yogyakarta* 86

KELOMPOK II : OPERASI PENAMBANGAN

11. Optimasi Lubang Bukaan Tambang Untuk Memaksimalkan Nilai Cadangan Batubara, Studi Kasus PIT 8, Tambang Senakin, PT Arutmin Indonesia, **Umar Hadi, Evans Rahadian**, *PT. Arutmin Indonesia* 95
12. Optimasi Desain Lubang Bukaan Tambang untuk Kondisi Lapisan Batubaraterjal Dan Interburden Tebal (Studi Kasus : Tambang Asamasam, PT Arutmin Indonesia), **Kresno Adiprasetyo**, *Mineral Resource Department, PT Arutmin Indonesia* 102
13. Penambangan Pasir Besi Dengan Menggunakan Alat Bucketwhell Dredges Dan Pengolahan Hingga Menjadi Bahan Baku Selanjutnya Di Wilayah Pesisir Pantai Kabupaten Seluma Provinsi Bengkulu, **Ardi Setiawan, ST, Achmed Arrofah, ST**, *Dinas Energi dan Sumber Daya Mineral Kabupaten Seluma, Provinsi Bengkulu* 111
14. Knowledge Management Bagi Sistem Informasi Process Plant Dan Mining di Wilayah Operasi Tambang PT. INCO, Tbk Sorowako, **Radios Hendrartijanto, Ricky Nelson, Syamsi Buang**, *PT. International Nickel Indonesia, Tbk (INCO), Sorowako, South Sulawesi* 117
15. Penerapan RCM (*Reliability Centered Maintenance*) Analysis Sebagai Sarana Pemetaan Karakteristik Kegagalan Unit Pada Hitachi Euclid EH4500 di KPC Site, **Adhen Bagussa Utomo**, (*Mechanical Engineer & RCM Analysis Facilitator Mining Support Division*), *PT. Kaltim Prima Coal* 128
16. Analisa Faktor-Faktor Produktivitas Alat Muat Dalam Upaya Penentuan Strategi Peningkatan produktivitas Liebherr R996B PT KPC Sangatta, Kalimantan Timur, **Agus Soleh Renggana**, *Mining Operation Division, PT Kaltim Prima Coal* 136

PROSIDING TPT XX PERHAPI 2011

61. Analisis Ekologis dan Variasi Genetik Mangrove Di Pesisir Kabupaten Sumbawa Barat dan Lombok Timur Nusa Tenggara Barat, **Erny Poedjirahajoe**¹⁾, **Namastra Probosunu**²⁾, **Boy Rahardjo Sidharta**³⁾, **Dinar Ambarwati**⁴⁾, **Dwinita Utami**⁵⁾ dan **Tarmizi Pane**⁶⁾, *Pusat Studi Agroekologi UGM* 609
62. Aplikasi Proper Pada Pengelolaan Lingkungan Pertambangan Di Indonesia, **Meinarni Thamrin**, **Aryanti Virtanti Anas**, *Program Studi Teknik Pertambangan, Fakultas Teknik Jurusan Teknik Geologi, Universitas Hasanuddin* 619

KELOMPOK VI: PENGOLAHAN BAHAN GALIAN

63. Konversi Bahan Bakar Ido Ke Mfo Untuk Mendukung Efisiensi Operasional Pada Pabrik Pengolahan Bijih Nikel, **Ali Anthalano**, *Departemen Processing & Engineering PT. ANTAM (Persero), Tbk, UBPN Sulawesi Tenggara – Pomalaa* 631
64. Oxygen Liquefaction For Crude Metal Refining, **Yanu Sukarno, ST**, *Processing & Engineering Dept. PT. ANTAM (Persero), Tbk, UBPN Sulawesi Tenggara – Pomalaa* 641
65. Stockpile Management In Coal Processing, **Laode M. Iqbal**, *PT Kaltim Prima Coal* 651
66. Peningkatan Keakuratan Hasil Analisa Komposisi Ore Dengan Metode T-Distribution Pada Blending Ore Pengolahan Ferronikel, **Vita Astini**¹, **M.Z. Abidin**², **Ulil Amri N.**³, *Jurusan Teknik Pertambangan, Fakultas Teknik, Universitas 19 November, Kolaka Sultra,*^{2,3} *PT. Antam Tbk. UBPN Sultra* 665
67. Studi Peningkatan Kadar Emas Bijih Emas Asal Ciemas-Sukabumi Dengan Alat Meja Goyang (*Shaking Table*) PT. Golden Pricindo Indah Ciemas, **A. Taufik Arief**¹⁾ **Lucy Agnecia**²⁾, ¹⁾²⁾ *Dosen Jurusan Teknik Pertambangan, Fakultas Teknik, Universitas Sriwijaya* 573

KELOMPOK VI: STUDENT PAPER CONTEST

68. Teknologi Pengolahan Air Asam Tambang Dengan Metoda Elektrolisa, **Sodikin Mandala Putra**, *Mahasiswa Jurusan Teknik Pertambangan, UNSRI* 684
69. Studi Perbandingan Metode Estimasi Sumberdaya Timah di Tambang Besar Mawas Nudur, Desa Bencah, Kabupaten Bangka Selatan, Propinsi Kepulauan Bangka Belitung, **Muhammad Fikri**, *Mahasiswa Program Sarjana Teknik Pertambangan FTTMITB* 692

ISBN : 978-979-8826-20-7

PERHAPI

PERHIMPUNAN AHLI PERTAMBANGAN INDONESIA
ASSOCIATION OF INDONESIAN MINING PROFESSIONALS

PROSIDING

TEMU PROFESI TAHUNAN (TPT) XX PERHAPI 2011

LOMBOK - NUSA TENGGARA BARAT

10-11 OKTOBER 2011

**“Pengelolaan Sumberdaya Mineral dan Batubara
untuk Kemakmuran Rakyat”**

2011

PROSIDING TPT XX PERHAPI 2011

MATHEMATICAL MODEL UNTUK ESTIMASI BAHAN TAMBANG

Nur Ali Amri

Teknik Pertambangan FTM UPN "Veteran" Yogyakarta

Abstrak

Di dalam geostatistika, terutama pada karakteristik endapan mineral logam dikenal adanya sifat *erratical trend* pada skala mikro, yang validitasnya dapat dicari dengan melakukan test hipotesis. Perhitungan-perhitungan parameter statistik di dalam geostatistika selalu mendasarkan pada perhitungan parameter statistika non spasial. Oleh karenanya secara *spatial statistics* estimasi cadangan merupakan penaksiran yang mendasarkan pada perhitungan *statistical parameters*, dimana tingkat akurasi hasil perhitungannya sangat ditentukan oleh – setidaknya – *representativeness* sampel yang diambil. *Representativeness* dipengaruhi oleh bagaimana metode pengambilan sampelnya, berapa besar sampel yang harus diambil, dan sebagainya.

Kata kunci: Geostatistika, representatif.

Abstract

In geostatistics, especially in metal mineral precipitation characteristic acquainted of erratical trend on macro scale that the validity can be searched by hypothetical test. The calculations of statistical parameters in geostatistics always based on nonspatial statistics parameters calculation. Therefore, the reserve estimation spatial statistically based on statistical parameters calculation which the levels of significance a given of sample representative. Representativeness of sample given on how the enterpretation method, and how many samples must be taken.

Keywords: Geostatistics, representativeness

I. PENDAHULUAN

Statistika merupakan salah satu alat yang di dalam ilmu kebumihan, terutama pada perhitungan cadangan, dipakai untuk mencari suatu kecenderungan atau fenomena (*trend*), termasuk di dalamnya adalah sebaran atau distribusi bahan tambang. Pada pencarian *trend*, yang secara matematis sering divisualisasikan dalam sistem koordinat, maka parameter utama yang dipakai adalah parameter *central tendency*, meliputi mean, median, dan mode. Hanya saja pada kondisi tidak normal – biasanya data yang diambil adalah data yang nonpopulatif berupa sampel – maka nilai (parameter) yang sering dipakai untuk menentukan sebuah *trend* adalah salah satu dari ketiga parameter tersebut, dan ini sangat bergantung pada objek telitiannya. Tetapi pada kondisi normal (secara visual sebaran grafiknya berupa normal distribution) dimana datanya berupa populasi, pemilihan ketiga parameternya tidak memiliki pengaruh.

Pengambilan data dalam rangka perhitungan cadangan, terutama yang menggunakan data hasil pemboran, sangat tidak mungkin dilakukan secara populatif mengingat berbagai macam factor – termasuk faktor ekonomis – disamping faktor-faktor lainnya. Dengan demikian sampling, termasuk jumlah kuantitas dan akurasinya menjadi salah satu penentu akurasi

perhitungan.

Geostatistika merupakan bagian dari ilmu statistika yang objek datanya spasial sehingga *science regulation* atau regulasi ilmiahnya mengacu pada ilmu statistika (*based on statistical classic*).

II. PROSES PENTAHAPAN

Akurasi perhitungan cadangan ditentukan oleh beberapa hal, antara lain adalah besar atau banyaknya data yang harus diambil, serta metode estimasi yang digunakan. Data dapat berupa populasi (secara keseluruhan) dan dapat berupa sampel, yaitu sebagian anggota dari populasi yang dipilih dengan menggunakan prosedur tertentu sehingga diharapkan dapat mewakili (*representativeness*) populasinya. Secara teoritis ada dua metode penarikan sampel, yaitu sampel dari populasi yang akan diambil dilakukan secara random (sering disebut sebagai *probability sampling*), dan sampel dari populasi yang pengambilannya tidak secara random (*nonprobability sampling*). Pada kasus *randomize*, bisa saja dilakukan dengan *systematic method* (baik pada populasi terbatas maupun tak terbatas). Meskipun metode ini lebih cepat, dan lebih mudah namun jika urutannya tidak sepenuhnya random maka variasi dari populasi tidak dapat diduga secara tepat. Di samping itu, jika populasi memiliki pengulangan karakteristik yang relatif tetap (dan kebetulan sama dengan interval yang digunakan) maka sampelnya akan menjadi seragam.

Metode kedua adalah random yang terstrata (*stratified random*), dimana populasinya dibagi ke dalam kelompok-kelompok yang homogen dan distratakan, kemudian sampel diambil secara random dari tiap strata tersebut. Pertanyaannya, bagaimana jika tidak didapatkan pengelompokan yang homogen?. Pada kasus demikian, usahakan dikelompokkan data yang relatif homogen, meskipun resisten terhadap terjadinya *biasness*. Selanjutnya, dari masing-masing strata diambil lagi sampel secara random.

Metode ketiga adalah *cluster sampling*, yang sering disebut juga sebagai sampel bloking. Metode ini sesungguhnya mirip dengan *stratified*, dimana masing-masing kelompok terdiri atas beberapa unit elemen yang lebih kecil. Pada kasus ini, seperti halnya random terstrata, kelompok-kelompok di dalam populasi bersifat *mutually exclusive*, artinya bebas satu sama lainnya.

Analisis struktural

Struktur dapat dipahami, selain secara geologis merupakan bentuk arsitektural batuan sebagai hasil dari proses deformasi atau proses perubahan bentuk dan ukuran pada batuan akibat dari gaya – proses tektonik – yang terjadi di dalam bumi. Dengan demikian maka analisis struktur nantinya menjadi sangat penting, dan ini akan menjadi salah satu awal pentahapan di dalam geostatistika. Analisis yang merupakan *pre-estimation* ini dimulai dari penentuan variabel regional, *critical data*, statistical parameter yang kemudian dilanjutkan dengan melakukan perhitungan variografi, dalam hal ini adalah *experimental variogram*.

Critical data dilakukan terhadap semua informasi (kualitatif), dan ini sangat penting untuk mengenal karakteristik data sehingga ketika menghubungkannya dalam interpretasi geologi

yang secara eksperimental berpotensi bias, setidaknya dapat diminimalkan.

Geostatistika sebenarnya merupakan alat untuk menghitung parameter yang didasarkan pada ketersediaan data, sehingga ketika data tersebut – berkecenderungan – salah secara sistematis, maka kesalahan ini akan berlanjut pada tingkat pengembangannya.

Representativeness dan estimasi

Pada kondisi dimana data diambil secara populasi, hasil (nilai) perhitungan parameternya merupakan nilai yang sesungguhnya (*true value*), tetapi pada kondisi dimana data diambil secara sampel maka hasil perhitungannya berkecenderungan *estimated*. Hal ini disebabkan, salah satunya karena kuantitas yang diestimasi cenderung berbeda dengan objek yang diteliti.

Estimasi merupakan penaksiran terhadap kondisi sekitaran (*neighborhood*) yang diharapkan memiliki pengaruh (*influence*) dari titik sampel yang diambil. Di dalam geostatistika sebaran spasial suatu fenomena alam dapat diformulasikan secara matematis sebagai *variable teregional*. Dengan kalimat lain variabel teregional merupakan *variable* yang nilai-nilainya bergantung pada posisi spasial; artinya, nilai-nilai suatu data akan menjadi relatif sama jika data tersebut letaknya semakin berdekatan atau nilai-nilai dua buah data akan menjadi semakin berkurang korelasinya jika keduanya semakin berjauhan. Karena berupa estimasi maka kesalahan hitung sangat dimungkinkan terjadi. Pada pemboran, titik sampel tidak lain adalah segala sesuatu yang dihasilkan dari titik bor. Ketika melakukan estimasi terhadap *mean* dari suatu titik sampel (dapat berupa titik, luasan, maupun volume) pada jarak tertentu, katakanlah sejarak x_i , maka kesalahan sangat mungkin terjadi. Sedangkan preferensial, atau rendah dan randomness/eratik dari perolehan data menggambarkan tidak baiknya volume dimana variabel teregional (*support*) dari variogram teregional yang dianalisis.

Di dalam estimasi, misalnya suatu blok, maka titik-titik sampel harus diletakkan sedemikian rupa sehingga blok yang akan diestimasi bisa masuk ke dalam daerah pengaruh titik-titik yang digunakan sebagai estimator. Jika blok yang akan diestimasi terletak di luar daerah pengaruh titik-titik sampel estimator maka titik-titik estimator tersebut sudah tidak memiliki korelasi dengan blok yang akan diestimasi. Oleh karena itu titik-titik estimator tersebut tidak boleh digunakan untuk mengestimasi blok. Estimasi dapat menggunakan metode Ordinary Kriging, Non-Ordinary Kriging, maupun lainnya. Ordinary Kriging merupakan metode perataan terbobot (*weighted mean*) dari setiap nilai data sampel, sehingga untuk mendapatkan estimasinya perlu informasi dari data yang terletak di sekitar nilai data sampel yang akan diestimasi. Jika nilai estimasi telah didapat, masalah yang muncul selanjutnya adalah, bagaimana menentukan tingkat akurasi. Disinilah kemudian diperlukan kombinasi metode, misal menggabungkannya dengan teknik Jackknife, Regresi dan seterusnya, kemudian setelah mengetahui koefisien trendline-nya, dilakukan inferensi, dengan tentunya melakukan pengujian (uji hipotesis).

Pengolahan geostatistika

Geostatistika – menurut Matheron (1962) – merupakan aplikasi statistika yang mendasarkan pada formalisme fungsi random (*random function*) di dalam penyelidikan dan

estimasi fenomena alam. *Randomness* ini sangat boleh jadi disebabkan karena penyebaran fenomena alam (termasuk eksistensi bahan tambang di salah satu lapisan bumi) terjadi secara regional, baik dalam skala dua-dimensi (luasan) maupun keruangan (tiga dimensi). Dalam beberapa hal juga terjadi fenomena seperti probabilitas tetapi berstruktur, sebagai 2 (dua) aspek yang tampaknya bertolak belakang sehingga kemudian secara matematis divisualkan dalam notasi fungsi variabel yang bersifat random. Meskipun secara umum sebaran suatu bahan tambang bersifat struktural, tetapi tidak jarang terjadi – pada skala lokal – bersifat tidak teratur/tidak menentu (*erratic*).

Inilah yang menjadi dasar pemikiran untuk memunculkan pemodelan (*Mathematical models*) yang secara formulatif, nantinya mampu menggambarkan berbagai fenomena yang random. Oleh karena randomness menjadi bagian dari sifat alam kebumiharian, maka lahirilah statistika – sebagai bagian dari matematika – yang khusus mempelajari dan menyelesaikan berbagai model terkait yang dikenal dengan geostatistika, sebagaimana yang disebut pada alinea sebelumnya.

Sajian matematis

Seandainya fenomena randomness digambarkan sebagai suatu variabel, dan jika variabel random yang dinotasikan sebagai $Z(x)$ untuk semua titik-titik x dalam suatu endapan atau $G [\forall Z(x), x \in G]$, maka variabel regional $Z(x)$ ini dapat dianggap sebagai suatu realisasi dari keseluruhan variabel random. Keseluruhan variabel random ini dinamakan fungsi random.

Berkaitan dengan dua aspek di atas, yaitu untuk membedakan pengamatan yang merupakan variabel terregional dengan model probabilitas sebagai fungsi random, maka kemudian penulisannya dibedakan yaitu, pengamatan ditulis dengan huruf kecil $y(x)$; $z(x)$; $t(x)$, dan seterusnya, sedangkan random ditulis dengan huruf besar, misal $Y(x)$; $Z(x)$; $T(x)$; dst. Oleh karena sebaran (distribusi) data bersifat spasial, jika pada semua n titik pengamatan, katakanlah $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, yang berhubungan dengan variabel random dengan k komponen: $Z(x_1), Z(x_2), Z(x_3), \dots, Z(x_n)$ bersifat probabilistik, maka formula matematisnya secara vektorial disajikan sebagai:

$$(1). F_{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n} (z_1, z_2, z_3, \dots, z_n) = \text{Pr ob}(Z(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n))$$

Untuk semua distribusi k titik pengamatan (artinya k positif), maka akan membentuk distribusi spasial – sekaligus merupakan karakteristik – dari fungsi random $Z(x)$.

Sebagaimana statistika pada umumnya, maka di dalam perhitungan geostatistika juga memiliki nilai harapan/ekspektasi (*mathematical expectation*), yang nilainya adalah,

$$(2). E(Z(x)) = m(x).$$

Ekspektasi ini sering dikaitkan dengan pengertian momen tingkat pertama atau pangkat satu yang secara kalkulus tidak lain adalah luasan (*area*). Pada kondisi dimana momen ini bergantung

pada titik pengamatan x maka disebut drift. Secara geologi, drift merupakan sebuah fenomena dimana suatu variogram yang pada awalnya berperilaku normal – yaitu naik hingga mencapai sill – tetapi selanjutnya naik secara mendadak secara parabolik. Artinya, variabel terregionalnya tidak lagi stasioner. Oleh karenanya kelak perlu uji stasionaritas.

Variogram merupakan visual grafis dari sebaran spasial suatu fenomena alam yang secara matematis – kelak disebut sebagai momen tingkat kedua – dapat diidentifikasi sebagai variabel terregional. Atau dengan kalimat lain dikatakan bahwa variabel regionalnya merupakan variabel yang nilai-nilainya bergantung pada posisi spasial. Nilai titik-titik ini akan menjadi semakin sama jika titik-titik tersebut letaknya semakin berdekatan, demikian sebaliknya.

Parameter lain yang perlu diketahui adalah momen tingkat kedua atau pangkat dua yang meliputi variansi, kovariansi dan variogram. Variansi juga merupakan nilai suatu ekspektasi matematis selisih kuadrat antara nilai fungsi random dengan momen tingkat pertama. Jadi,

$$(3). \text{Var } Z(x) = E((Z(x) - m(x))^2)$$

Covariansi adalah ekspektasi matematis dari *product* selisih antara fungsi random pada data titik pengamatan satu dengan titik pengamatan lainnya. Misal titik pengamatannya adalah x_i dan x_{i+h} , maka:

$$(4). C(x_i, x_{i+h}) = E((Z(x_i) - m(x_i))(Z(x_{i+h}) - m(x_{i+h})))$$

Variogram (semi) atau secara matematis adalah fungsi variogram merupakan variansi dari perubahan (dalam hal ini pertambahanmbuhan) $Z(x_i) - Z(x_{i+h})$, yang diformulasikan sebagai:

$$(5). \gamma(x_i, x_{i+h}) = 0.5 \text{Var } (Z(x_i) - Z(x_{i+h}))$$

Atau ditulis,

$$(6). \gamma(x_i, x_{i+h}) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{i+h})^2}{2n}$$

Jika diperhatikan maka sesungguhnya momen kedua (pangkat dua) yaitu covarians dan variogram, keduanya merupakan fungsi yang bergantung pada dua titik pengamatan, dalam hal di atas yaitu x_i dan x_{i+h} , sehingga *statistical inference*-nya memerlukan realisasi pengujian dari pasangan variabel random $Z(x_i)$ dan $Z(x_{i+h})$. Hanya saja jika fungsi ini hanya bergantung pada vektor h , dimana h merupakan jarak dua titik atau $h = x_i - x_{i+h}$, maka *statistical inference*-nya akan mengatakan bahwa, untuk semua pasangan $(Z(x_k), Z(x_i))$ dengan vektor $h = x_k - x_i$ dapat dianggap sebagai kenyataan atau realisasi yang berbeda dari pasangan variabel random $Z(x_i)$ dan $Z(x_{i+h})$.

Kekecualian terjadi pada daerah yang mineralisasinya homogen, maka korelasi antara kedua titik datanya, yaitu $Z(x_k)$ dan $Z(x_i)$ akan membentuk karakteristik yang bersifat intrinsik atau sejanyatanya pada daerah tersebut, dimana keduanya tidak bergantung pada dua titik x_k dan x_i tetapi hanya dari vektor $(x_k - x_i)$. Inilah yang sering dikenal dengan hipotesa stasionaritas.

Kejadian berikutnya adalah, yang *pertama*, jika terdapat ekspektasi matematis $E(Z(x))$ yang tidak bergantung pada letak titik data x , maka:

$$(7). E(Z(x))=m; \text{ dan ini berlaku untuk semua } x.$$

Kedua, jika untuk semua pasangan variabel random $(Z(x), Z(x+h))$ terdapat kovariansi yang hanya bergantung pada h , maka:

$$(8). C(h) = E(Z(x+h)Z(x)) - m^2; \text{ yang berlaku untuk semua titik } x$$

Maka pada kondisi kedua syarat dipenuhi fungsi randomnya dikatakan stasionar tingkat kedua/pangkat dua. Perlu diingat bahwa pada ruang dimensi 3 (tiga) atau 3-D, h menunjukkan suatu vektor pada koordinat (h_u, h_v, h_w) . Eksistensi dan kondisi stasionaritas dari kovariansi berarti juga stasionaritas variansi dan variogram yang secara matematis ditulis,

$$(9). \text{Var}(Z(x)) = E((Z(x) - m)^2) = C(0); \text{ berlaku untuk } \forall x$$

$$(10). \gamma(x_i, x_{i+h}) = 0.5 E((Z(x+h) - Z(x))^2) = C(0) - C(h); \forall x$$

Persamaan (10) menunjukkan terjadinya stasionaritas tingkat kedua atau pangkat dua. Kovariansi dan variogram kesuanya merupakan alat yang sama-sama digunakan untuk melakukan karakterisasi hubungan (korelasi) antara variabel $Z(x)$ dan $Z(x+h)$ pada jarak (vektor) h .

Suatu hipotesis pada fungsi random $Z(x)$ dikatakan intrinsik jika berlaku dua hal: *Pertama*, ekspektasi matematisnya ada, tetapi tidak bergantung pada letak x . Sehingga,

$$(11). E(Z(x+h) - Z(x)) = 0; \text{ yang berlaku untuk } \forall x$$

Keduanya adalah, perubahan atau pertumbuhan $(Z(x+h) - Z(x))$ mempunyai variansi yang tidak bergantung pada x untuk semua vektor h , yang secara matematis ditulis,

$$(12). \text{Var}(Z(x+h) - Z(x)) = E((Z(x+h) - Z(m))^2) = 2\gamma(h); \text{ dan berlaku untuk } \forall x$$

Dengan demikian maka stasionaritas pangkat dua mengakibatkan berlakunya karakter intrinsik (meskipun tidak berlaku sebaliknya).

Koregionalisasi

Karakteristik fenomena regional, salah satunya adalah adanya beberapa variabel yang saling berhubungan (terkorelasi) sehingga dalam hal tertentu perlu dilakukan penyelidikan yang *integrated*. Kondisi semacam inilah yang menyebabkan terjadinya koregionalisasi, yang sifatnya juga probabilistik. Pada kondisi dimana terjadi koregionalisasi (terjadi regionalisasi secara

bersama) dari sebanyak n variabel random ($z_1(x)$, $z_2(x)$, $z_3(x)$,, $z_n(x)$), maka ini diinterpretasikan sebagai realisasi dari sebanyak n fungsi random yang saling terhubung (*correlated*).

III. PEMODELAN MATEMATIS

Pemodelan matematis dilakukan setelah diperoleh akurasi dari berbagai parameter yang diperlukan. Pemodelan ini didasarkan pada *trend line* yang biasanya disusun dalam bentuk regresi – linier ataupun non linier, baik sederhana maupun multiple – yang selanjutnya dilakukan uji lagi terhadap korelasi masing-masing variabel yang ada. Jika bentuk fungsi matematisnya *multiple*, maka pengujian dilakukan tidak hanya antara variabel yang bergantung (*dependent variable*) dengan yang mandiri (*independent variable*), tetapi juga antar variabel mandiri.

IV. DAFTAR PUSTAKA

- Adhi, R.N., 1992, *Geostatistik*, Workshop on Applicability of Geostatistics in the Mining Industry, Direktorat Sumberdaya Mineral Dirjen Geologi dan Sumberdaya Mineral Departemen Pertambangan dan Energi, Jakarta.
- Clark, I., 1979, *Practical Geostatistics*, Applied Science Publisher Ltd., London
- Sugiarto, Dergibson S., Lasmono TS., Deny S.O., 2003, *Teknik Sampling*, PT. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.
- Sulistiyana, W., 2009, *Aplikasi Kriging Non-Linier Pada Penaksiran Kadar Bijih Emas*, Jurnal Ilmu Kebumihan Teknologi Mineral Juli-Desember 2009.