

**MASALAH PENCOCOKAN MODEL VARIOGRAM
PADA PENAKSIRAN KADAR MEMAKAI METODE GEOSTATISTIKA**

Waterman Sulistyana Bargawa
Magister Teknik Pertambangan UPN Veteran Yogyakarta
Email: waterman.sulistyana@gmail.com, waterman.sb@upnyk.ac.id

Perhitungan variografi menghasilkan grafik variogram eksperimental. Masalah yang muncul adalah penentuan model variogram. Banyak model variogram yang digunakan dalam pencocokan model tersebut antara lain sferikal, eksponensial, gaussian, linier, dan lain-lain. Kesalahan pemilihan model menyebabkan ketidakakuratan taksiran kadar mineral. Oleh karena itu akurasi menjadi masalah utama dalam penaksiran kadar mineral. Tulisan ini mengenalkan metode cross validation untuk menilai akurasi pemilihan model variogram pada penaksiran kadar mineral. Parameter statistik hasil x-y plot dipakai untuk membandingkan akurasi taksiran terhadap data eksplorasi. Metode penelitian meliputi analisis data, simulasi pemilihan model variogram, dan evaluasi akurasi taksiran. Teknik penaksiran yang dipakai untuk perbandingan adalah ordinary kriging. Manfaat yang diperoleh adalah pemilihan model variogram sesuai kondisi geologi dan karakter mineralisasi menghasilkan taksiran yang akurat.

Kata kunci: variogram, model, cross validation, geostatistika

The results of the variography calculation is a graph of experimental variogram. The problem is determining the variogram models. Many variogram models used in fitting models include spherical, exponential, Gaussian, linear, and others. Inaccuracy in the model selection led to inaccuracies in estimates of mineral grade. Therefore, accuracy is a major problem in the estimation of mineral grade. This paper introduces method of cross validation to evaluate the accuracy of the determination of the variogram models in the estimation of mineral grade. Statistical parameters of the results of x-y plot is used to compare the accuracy of estimates and exploration data. Methods of research include data analysis, simulations of the determination of the variogram models, and evaluation of the accuracy of estimates. Estimation techniques used for comparison is ordinary kriging. The benefit is the determination of the variogram models according to the conditions of geology and mineralization character will produce an accurate estimate.

Keywords: variogram, model, cross validation, geostatistics

1. PENDAHULUAN

Perhitungan variografi menghasilkan grafik variogram eksperimental. Masalah yang muncul adalah penentuan model variogram. Banyak cara penentuan model tersebut. Cressie (1995) mengenalkan metode *weighted least squares* untuk mencocokkan model variogram. Skema otomatis memberikan bobot terbesar untuk *lag* awal dan berkurang untuk jumlah pasangan data yang kecil. Lee and Lahiri (2002) menyatakan metode *least squares* merupakan metode yang populer untuk data spasial. Namun demikian metode *spatial subsampling* untuk pencocokan model variogram model lebih akurat dan lebih sederhana.

Estimasi variogram merupakan masalah dalam inferensi statistik spasial yang berkorelasi dengan variabel acak. Kebanyakan estimator empiris variogram tidak dapat digunakan karena tidak memenuhi syarat *conditional negative-definite*. Biasanya, penyelesaian masalah ini dibagi menjadi tiga tahap: estimasi variogram secara empiris, simulasi model, dan pemilihan model yang akurat (Menezes, Soid'an, Bande, 2005).

Penelitian-penelitian tersebut umumnya masih terbatas pada kajian teoritikal dan belum banyak diaplikasikan pada data spasial pertambangan seperti penaksiran kadar mineral. Banyak model variogram yang dikembangkan dalam penaksiran kadar tersebut, antara lain sferikal, eksponensial, gaussian, linier, dan lain-lain. Permasalahan yang terjadi adalah kekurangtelitian dalam pemilihan model sehingga berakibat ketidakakuratan pada taksiran kadar mineral. Aspek akurasi menjadi penting dalam penaksiran kadar mineral. Metode *cross validation* dapat dipakai untuk menilai akurasi pemilihan model variogram tersebut.

2. TUJUAN

Tujuan penelitian adalah (a) mengevaluasi pencocokan model variogram, (b) menganalisis hasil penentuan model variogram pada penaksiran *ordinary kriging* memakai metode *cross validation*.

3. METODE

Metode penelitian meliputi analisis variografi, penentuan parameter penaksiran, *cross validation* untuk mengevaluasi akurasi pemilihan model variogram. Analisis variogram berguna untuk mengevaluasi data spasial yang digunakan untuk mengukur korelasi spasial antara sampel. Kontribusi utama terkait dengan penaksiran kadar mineral adalah parameter variogram digunakan untuk memperkirakan nilai variabel spasial pada lokasi yang tidak memiliki data (Margaret et.al 2015). Estimasi variogram memiliki peran yang menentukan, misalnya dalam penentuan nilai-nilai optimal dari bobot setiap sampel. Menurut Cressie (1993), cara yang paling alami untuk membandingkan dua nilai, $z(x)$ dan $z(x+h)$ pada dua poin x dan $x+h$ pada nilai yang mutlak seharusnya mempertimbangkan nilai rata-rata $|z(x) - z(x+h)|$. Variogram dirumuskan sebagai berikut :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \dots\dots\dots (1)$$

Variogram ditaksir berdasarkan data sampel. Menurut Matheron (1971) variansi dari galat antara variogram eksperimental dan variogram lokal diberikan sebagai berikut:

$$Var[\gamma_1(h) - \gamma_e(h)] = 4\gamma(h) \left(\frac{n}{n'} \right) \sigma_n^2 \dots\dots\dots (2)$$

dengan n adalah nomor sampel, n^2 nomor pasangan sampel yang digunakan dalam perhitungan $\gamma(h)$ dan σ_n^2 adalah variansi estimasi. Semua titik contoh yang berada dalam *search area* (daerah pencarian) yang didefinisikan dengan *angel classes* ($\theta \pm \Delta\theta$ dan $\Phi \pm \Delta\Phi$) dan *distance classes* ($h \pm \Delta h$) akan dianggap titik contoh yang berjarak h dari titik x_i pada arah θ dengan kemiringan Φ (Deutsch, 1992). Toleransi jarak yang biasa dipakai adalah sebesar $\frac{1}{2}h$ untuk menghindari terdapat pasangan data, x_i dan $x_i + h$, yang tidak terpakai atau terpakai dua kali dalam perhitungan variogram. Dalam penentuan arah dan kemiringan variogram diinginkan toleransi arah dan kemiringan sekecil mungkin. Tetapi toleransi arah dan kemiringan yang terlalu kecil memberikan jumlah pasangan data terlalu sedikit. Oleh karena itu besar toleransi arah dan kemiringan

ditentukan berdasarkan simulasi sampai diperoleh toleransi arah dan kemiringan terkecil yang memberikan variogram eksperimental terbaik.

Berdasarkan variogram eksperimental dipilih model variogram yang valid. Pada tulisan ini dipilih model variogram linier, sferikal, eksponensial, dan Gaussian.

(i) Model Linier

$$\gamma(h) = \left[\frac{a^2 h}{2} \right] \dots \dots \dots (3)$$

(i) Model Sferikal

$$\gamma(h) = C_o + C \left[\frac{3h}{2a} - \frac{h^3}{2a^3} \right] \text{ untuk } h \leq a \dots \dots \dots (4)$$

$$\gamma(h) = C_o + C \text{ untuk } h > a \dots \dots \dots (5)$$

(ii) Model Eksponensial

$$\gamma(h) = C_o + C \left[1 - \exp\left(-\frac{3h}{a}\right) \right] \dots \dots \dots (6)$$

(iii) Model Gaussian

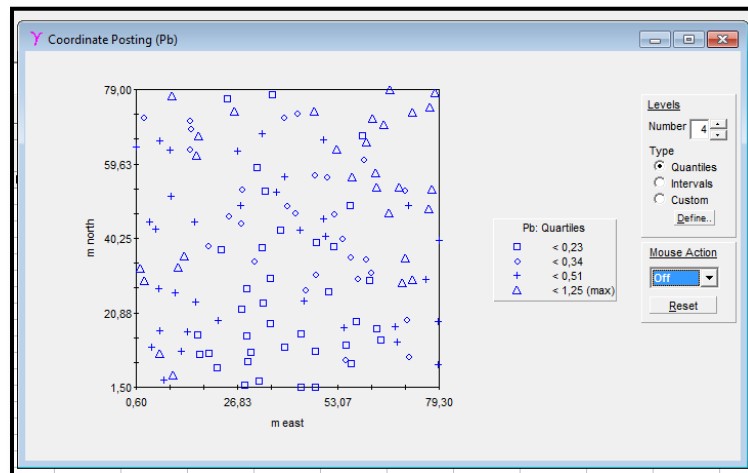
$$\gamma(h) = C_o + C \left[1 - \exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right) \right] \dots \dots \dots (7)$$

Parameter model variogram adalah *nugget*, *range* dan *sill*. Pencocokan model ini bertujuan:

- (a) memperoleh persamaan model matematika untuk kriging dan
- (b) dasar untuk menentukan parameter penaksiran, terutama jarak maksimum pencarian contoh.

4. HASIL PENELITIAN

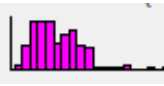
Penelitian dilakukan pada *simulated deposit* dengan mineral ekonomis adalah timah hitam (Pb). Berdasarkan data pemboran diperoleh 132 data kadar timah hitam (data telah ditransformasi). Sebaran data (Gambar 1) dapat diketahui letak kadar tinggi dan kadar rendah. Gambaran data secara statistik deskriptif (Gambar 2) menunjukkan relatif berdistribusi Gaussian (koefisien korelasi sekitar 0,5).



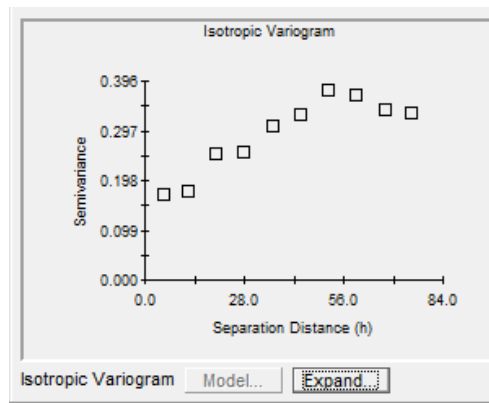
Gambar 1. Sebaran kadar timah hitam akan dianalisis korelasi spasial antar data

Berdasarkan data selanjutnya perhitungan variografi untuk menentukan variogram eksperimental. Gambar 2 menunjukkan hasil perhitungan variografi dengan studi kasus kadar timah hitam pada suatu lokasi tambang. Hasil variogram eksperimental selanjutnya akan ditentukan model variogram. Permasalahan adalah jenis model variogram sesuai dengan grafik variogram eksperimental.

Tabel 1. Statistik deskriptif data kadar timah hitam

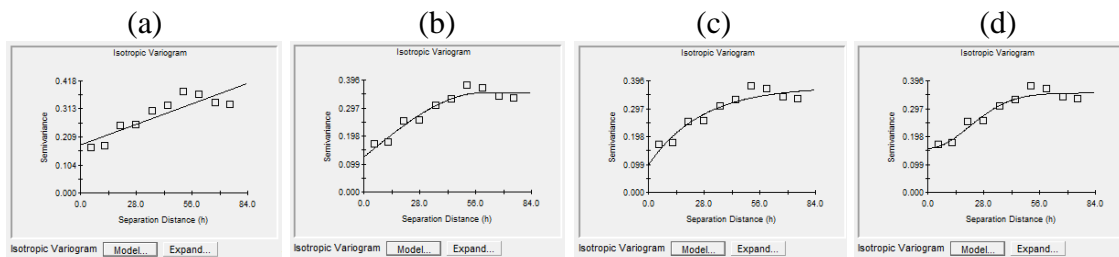
No.	Summary Statistik	Nilai
1	Mean (rata-rata)	0.382
2	Standar Deviasi	0.206
3	Varian Sampel	0.042
4	Nilai Minimum	0.06
5	Nilai Maksimum	1.25
6	Jumlah Data	132
7	Distribusi Frekuensi	
8	Skewness	1.31
9	Kurtosis	2.74

Gambar 2 di bawah adalah variogram eksperimental, selanjutnya memerlukan analisis spasial untuk menentukan jenis model variogram. Gambar 3 di bawah menunjukkan alternatif pemilihan model variogram yaitu linier, sferikal, eksponensial, dan Gaussian.



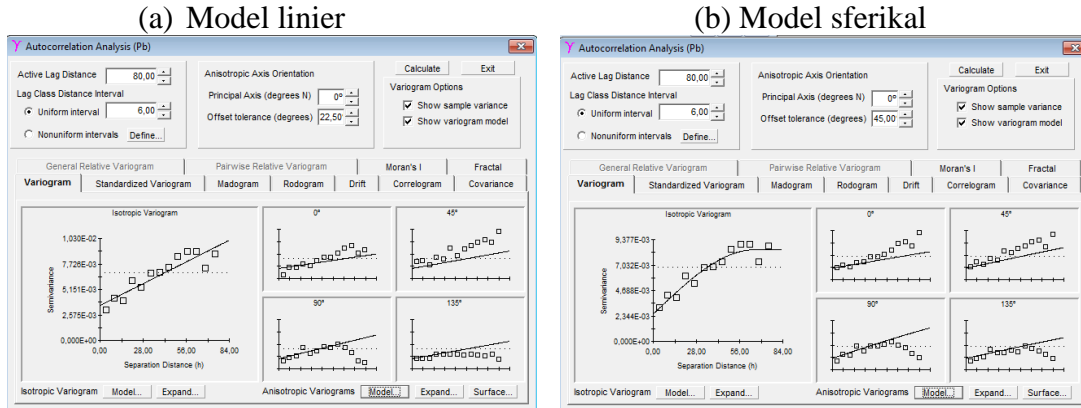
Gambar 2. Hasil perhitungan variografi menghasilkan variogram eksperimental

Pencocokan model terhadap variogram eksperimental (Gambar 3 di bawah) dilakukan dengan cara simulasi sudut dan jarak pencarian pasangan data sehingga diperoleh model variogram yang valid.



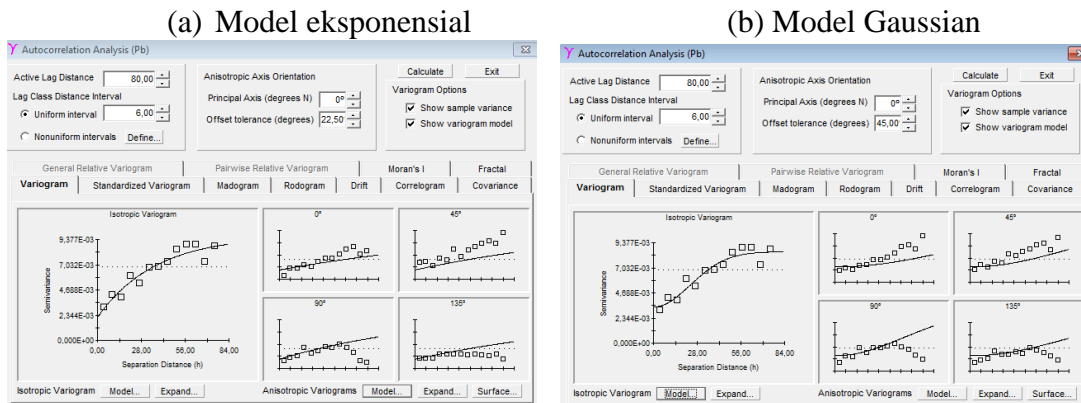
Gambar 3. Variogram eksperimental yang dihasilkan menimbulkan masalah pada pencocokan model, apakah linier (a), sferikal (b), eksponensial (c), atau gaussian (d)

Secara detil Gambar 4 dan 5 menunjukkan hasil simulasi sudut dan jarak untuk mencari pasangan data agar diperoleh model yang valid. Toleransi sudut untuk simulasi pencarian pasangan data adalah $\theta = 22.5^\circ, 25^\circ, 45^\circ$, sedangkan simulasi toleransi jarak dengan simulasi (d) adalah 6m, 8m, 10m, dan 12m.



Gambar 4. Contoh hasil pencocokan model variogram: model linier (a), model sferikal (b)

Gambar 4(a) menunjukkan contoh model linear dengan toleransi sudut $\theta = 22.5^\circ$, dan $d = 6m$, sedangkan contoh model sferikal (Gambar 4b) dengan toleransi sudut 45° dan $d = 6m$.



Gambar 5. Contoh hasil pencocokan model variogram: eksponensial (a) dan Gaussian (b)

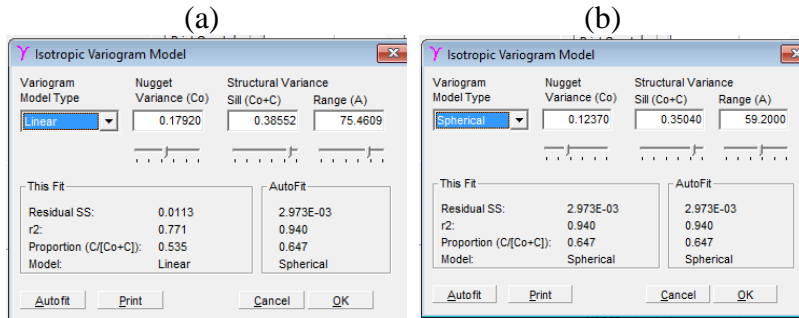
Gambar 5(a) menunjukkan contoh model eksponensial untuk toleransi sudut $\theta = 22.5^\circ$, $d = 8$, sedangkan Gambar 5(b) menunjukkan contoh model Gaussian dengan toleransi sudut dipilih $\theta = 45^\circ$, $d = 6$.

Penentuan toleransi sudut (θ) dan jarak (d) didasarkan pada hasil parameter variogram yaitu nilai C_0 (*nugget*), C_0+C (*sill*), dan *range* (a).

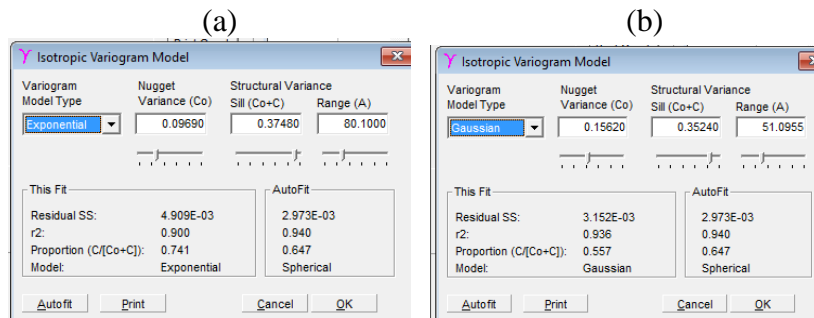
5. PEMBAHASAN

Berdasarkan simulasi, autokorelasi model terbaik diperoleh pada saat *active lag distance* sebesar 80m dengan *uniform interval* 6 dan sudut toleransi 22,5° dan model yang paling baik adalah model sferikal karena pada saat kondisi tersebut memiliki parameter statistik regresi lebih baik (mendekati garis *bisector*) dibandingkan model yang lain.

Gambar 6 dan 7 menunjukkan statistik hasil pencocokan model linier, model sferikal, model eksponensial, dan model Gaussian disertai nilai parameter variogram.



Gambar 6. Statistik hasil pencocokan model: model linier (a) dan model sferikal (b) ditunjukkan juga nilai parameter variogram



Gambar 7. Statistik hasil pencocokan model: model eksponensial (a) dan model Gaussian (b) ditunjukkan juga nilai parameter variogram

Evaluasi akurasi pemilihan model variogram dilakukan dengan analisis *cross validation*. Hasil *cross validation* menunjukkan hubungan antara taksiran kadar Pb dan data eksplorasi Pb dengan parameter regresi SE, R2, *Y intercept*, dan *SE prediction*.

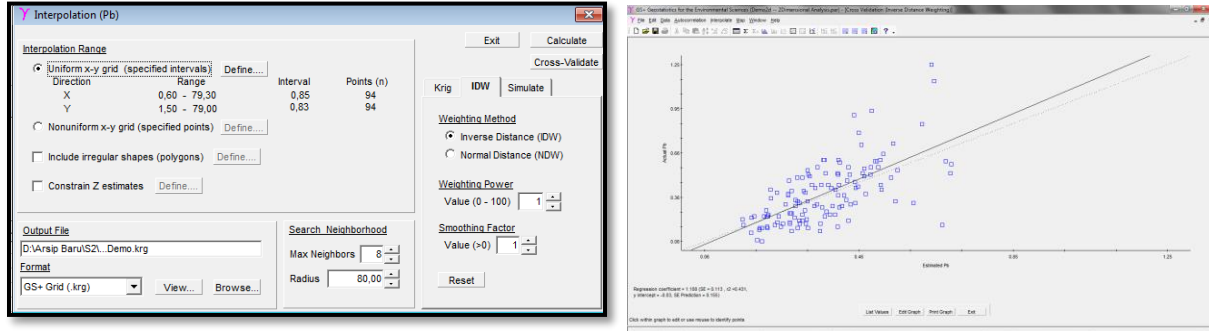
Tabel 2. Hasil regresi linier pemilihan model sferikal dengan metode penaksiran IDW

Pemilihan model spherical dengan penaksiran IDW					
Metode	Regression coefficient (RE)	Standard Error (SE)	r ²	Y intercept	Standar error (SE) prediction
IDW	1.108	0.113	0.431	-0,03	0.015

Hasil *cross validation* berdasarkan teknik penaksiran IDW menunjukkan model sferikal paling cocok. *Fitting* model pada variogram eksperimental memberikan hasil regresi linier dengan

nilai RE mendekati satu dan galat (*error*) yang paling rendah dibandingkan dengan model linier, eksponensial, dan Gaussian.

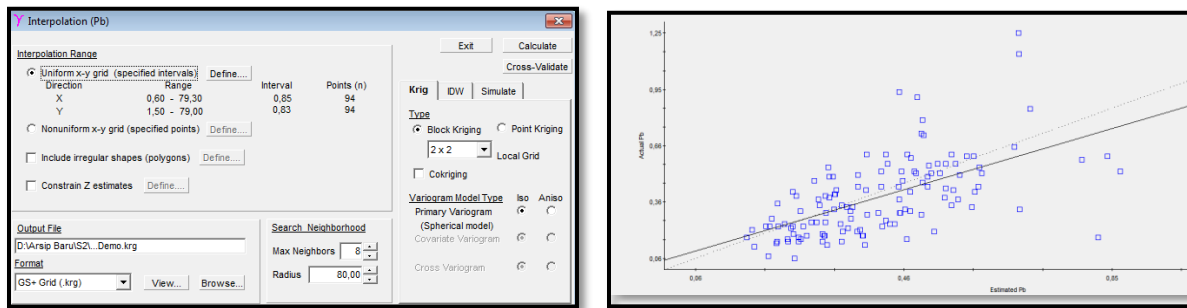
Gambar 8 di bawah menunjukkan hasil *cross validation* antara taksiran kadar dan data eksplorasi menggunakan teknik penaksiran IDW.



Gambar 8. Hasil *cross validation* IDW antara taksiran kadar dan data eksplorasi

Hasil yang sama ditunjukkan bahwa *cross validation* memakai teknik penaksiran *block kriging* menunjukkan model sferikal paling cocok. *Fitting* model pada variogram eksperimental juga memberikan hasil regresi linier dengan nilai RE mendekati satu dan galat (*error*) yang paling rendah dibandingkan dengan model linier, eksponensial, dan Gaussian.

Gambar 9 di bawah menunjukkan hasil *cross validation* antara taksiran kadar dan data eksplorasi memakai teknik penaksiran *block kriging*.



Gambar 9. Hasil *cross validation block kriging* antara taksiran kadar dan data eksplorasi

Berdasarkan data regresi pada Tabel 2 dan 3 menunjukkan model variogram sferikal paling tepat diterapkan pada studi kasus penaksiran kadar timah hitam. Hal ini sesuai dengan hasil analisis statistik yang ditunjukkan pada Gambar 6 dan 7 sebelumnya.

Tabel 3. Hasil regresi linier pemilihan model sferikal dengan metode penaksiran *block kriging*

<i>Block kriging</i> variogram model spherical					
<i>Block Kriging</i>	<i>Regression coefficient</i> (RE)	<i>Standard Error</i> (SE)	r ²	<i>Y intercept</i>	<i>Standar eror</i> (SE) <i>prediction</i>
2x2	0,816	0,100	0,347	0,05	0,166

6. KESIMPULAN

Pencocokan model variogram didasarkan pada analisis statistik seperti diusulkan oleh Cressie (1995), Lee dan Lahiri (2002) menghasikan model variogram yang valid untuk penaksiran kadar mineral. Metode *cross validation* sebagai evaluasi hasil akhir penaksiran memberikan analisis regresi yang akurat untuk pemilihan model variogram.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Cressie, N., 1985, Fitting variogram models by weighted least squares, *Journal of the International Association for Mathematical Geology*, DOI: 10.1007/BF01032109, July 1985, Volume 17, Issue 5, pp 563–586.
- [2] Lee, Y.D., and Lahiri, S.N., 2002, Least squares variogram fitting by spatial subsampling, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, DOI: 10.1111/1467-9868.00364, Volume 64, Issue 4 October 2002 pp 837–854.
- [3] Menezes, R., Soid'an, P.G., and Bande, M.F., 2005, A comparison of approaches for valid variogram achievement.
- [4] Margaret, A. Oliver, and Webster, R., 2015, Basic Steps in Geostatistics: The Variogram and Kriging, *Journal of Soil Science*, 32, 643–654.
- [5] Cressie, N., 1993, *Statistics for Spatial Data*, Revised Edition, ISBN: 978-1-119-11461-1.
- [6] Matheron, G., 1971, *The theory of regionalized variables and its applications*, Ecole Nationale Supérieur des Mines de Paris.
- [7] Deutsch, 1992, *Geostatistical Software Library and User's Guide*, Oxford University Press.