

# KEBIJAKAN PERSEDIAAN PROBABILISTIK PADA KONDISI *LOST SALES* DENGAN MEMPERTIMBANGKAN *QUANTITY DISCOUNT*

Oleh:

**Eko Nursubiyantoro, Nur Indrianti dan Puryani**

Jurusan Teknik Industri Fakultas Teknologi Industri  
Universitas Pembangunan Nasional "Veteran" Yogyakarta

## ABSTRACT

*Strategic management of inventories of raw materials required the company to anticipate fluctuations in demand. Shortage of raw materials could disturbing the company's operations so that result in lost sales or backorder the situation. Rosling (2002) developed a probabilistic inventory model on the condition of lost sales, in this study assume that the size of orders based on raw material prices remain. In fact, many companies offer a discount provider of raw materials purchasing prices for raw materials in a certain amount. In connection with the matter, this study aimed to develop a probabilistic inventory model in lost sales conditions developed by Rosling (2002) inventory model with quantity discount consideration.*

*The results of the model development sample were then applied to calculate the numerical data the probabilistic demand case study on PT. Coca-Cola Bottling Indonesia Semarang, Central Java in 2010. The results of numerical calculation examples and then tested with sensitivity analysis, to determine the effect of determining the optimal quantity  $Q^*$  of the total inventory cost  $TC(Q^*)$  on each of the raw materials.*

*Based on a sensitivity analysis of the influence of the number of ordering  $Q^*$  of raw materials that take into account the price discount to the total inventory cost  $TC(Q^*)$  could be concluded that the resulting model can be used to solve problems of probabilistic inventory with quantity discount on the condition of lost sales. Determination of the optimal order quantity  $Q^*$ ,  $CO_2$  most sensitive material to the total cost of supplies and materials otherwise not sugar is the most sensitive to the total cost of inventory. The calculation of the average cost of inventory  $g^*$  with a minimum price that considers quantity discount, using the optimal order quantity  $Q^*$  for each of the raw materials.*

Keyword : *Demand Probabilistic, Quantity Discount, Lost Sales.*

## I. PENDAHULUAN

Keterbatasan sumber finansial perusahaan sering berakibat pada kebijakan pengurangan biaya terhadap semua lini, sehingga tidak menutup kemungkinan adanya pengurangan alokasi penyediaan biaya bahan baku. Persediaan bahan baku yang kurang akan mengganggu operasional perusahaan yang dapat berakibat pada kehilangan penjualan (*lost sales*) atau bahan baku harus dilakukan pemesanan kembali (*back order*). Model persediaan probabilistik dimungkinkan adanya *stockout* atau kekurangan persediaan yang terjadi dalam suatu perusahaan, hal semacam ini dapat disebabkan oleh tingkat pemakaian persediaan yang tidak direncanakan ataupun waktu penerimaan barang tidak sesuai jadwal yang diharapkan karena berbagai sebab. Ketidakpastian ini salah satunya akan menyebabkan perusahaan *lost sales*, sehingga manajemen harus menjadwalkan ulang produksi ataupun pengadaan bahan baku. Sementara itu disisi lain perusahaan penyedia bahan baku menawarkan sejumlah diskon, dimana harga bahan baku mendapat potongan untuk pembelian jumlah tertentu sehingga menjadi sangat menarik untuk dipertimbangkan.

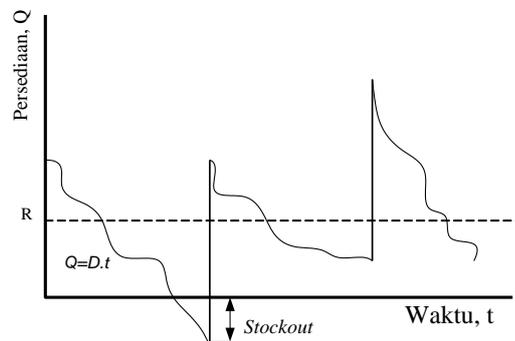
Rosling (2002) mengembangkan suatu model persediaan  $(r, Q)$  dengan *lost sales*. Asumsi yang dikembangkan dalam model ini adalah bahwa jumlah pemesanan ( $Q$ ) setiap periode lebih besar daripada tingkat pemesanan kembali ( $r$ ), sehingga banyak pemesanan tunggal tidak terselesaikan. Model persediaan dengan *quantity discount* mengasumsikan adanya perusahaan penyedia bahan baku yang membuat penawaran dengan harga diskon untuk pembelian dalam jumlah tertentu. Berdasarkan hal tersebut, maka perlu dilakukan

penelitian untuk mengembangkan model persediaan probabilistik dengan *quantity discount* pada kondisi *lost sales*. Tujuan yang ingin dicapai adalah menghasilkan model persediaan probabilistik dengan *quantity discount* pada kondisi *lost sales*.

## II. TINJAUAN PUSTAKA

Nasution (1999) mendefinisikan persediaan sebagai sumberdaya mengganggu (*idle resources*) yang sedang menunggu proses lebih lanjut, yaitu berupa kegiatan produksi pada sistem manufaktur, kegiatan pemasaran pada sistem distribusi, ataupun kegiatan konsumsi pangan pada sistem rumah tangga. Persediaan dapat digambarkan sebagai bahan baku, komponen dan suku cadang setengah jadi, dan atau barang jadi didalam sistem produksi setiap waktunya. Ketersediaan material yang benar, waktu yang tepat, serta sasaran yang tepat akan mendukung tujuan organisatoris dari layanan pelanggan, produktivitas, laba, dan pengembalian investasi (Fogarty, et.al.,1991). Tujuan utama analisis suatu sistem persediaan adalah untuk menemukan jawaban atas dua pertanyaan berikut: Berapa banyak yang harus dipesan (atau diproduksi) dan kapan sebaiknya pesanan dilaksanakan dimana total biaya inventori minimal.

*Economic Order Quantity (EOQ)* adalah model persediaan untuk membantu dalam pengambilan keputusan mengenai ukuran yang akan dipesan agar tidak terjadi investasi yang berlebihan dan tidak mengalami kehabisan persediaan. Landasan manajemen untuk mencapainya adalah meminimalkan biaya persediaan (Siswanto, 1985). *Demand* dan *lead time* probabilistik pada periode setelah reorder point akan memungkinkan terjadinya peristiwa kelebihan atau kehabisan persediaan, hal ini akan menimbulkan biaya simpan jika terjadi kelebihan persediaan dan biaya kehabisan persediaan bila terjadi kehabisan persediaan. *Demand* selama *lead time* dapat ditunjukkan dengan Gambar 2.1.



Gambar 2.1. Model persediaan probabilistik  
(Sumber: Hadley dan Whitin, 1963)

Sejauh ini banyak dipertimbangkan harga tetap per unit dengan mengabaikan ukuran kuantitas pesanan, padahal pada kondisi sesungguhnya potongan harga (diskon) seringkali ditawarkan oleh perusahaan penyedia bahan baku untuk order pesanan tertentu. Pertimbangan jadwal harga berikut:

Ukuran Pesanan	Unit Biaya Variabel
$0 < Q < q_1$	$C_1$
$q_1 \leq Q < q_2$	$C_2$
$q_2 \leq Q < q_3$	$C_3$
$q_3 \geq Q$	$C_4$

Pada situasi *incremental discount* pemasok menawarkan daftar harga dengan interval jumlah tertentu. Dengan kata lain harga per unit lebih rendah apabila konsumen dapat membeli pada interval jumlah tertentu. Daftar harga *discount* diperlihatkan sebagai berikut :

$$P_i = \begin{cases} P_0 \text{ untuk setiap } U_0 \text{ hingga } U_1 - 1 \\ P_1 \text{ untuk setiap } U_1 \text{ hingga } U_2 - 1 \\ \vdots \\ P_j \text{ untuk setiap } U_j \text{ hingga } U_{j+1} \end{cases}$$

Biaya pembelian untuk kuantitas pesanan  $Q$  unit adalah  $M_i = D_i + P_i \cdot Q$  dengan  $D_i = \sum_{e=1}^i (U_e - 1)(P_{e-1} - P_e)$ .  $D_i$  adalah biaya *discount* apabila setiap pembelian berdasarkan  $Q$  unit pada harga tertentu. Biaya *discount* itu konstan untuk setiap pemesanan  $U_i$  hingga  $U_{i+1}$ . Oleh karena itu  $D_i$  memiliki efek terhadap penambahan biaya pembelian setiap kali melakukan pemesanan.  $R$  adalah permintaan tahunan,  $C$  adalah biaya pemesanan dan  $F$  adalah prosentase biaya simpan. Maka persamaan untuk biaya pembelian per unit adalah  $\frac{M_i}{Q} = \frac{R_i}{Q} + P_i$ .

Total biaya pertahun untuk kuantitas pemesanan  $Q$  unit adalah

$TC(Q) = \text{biaya pembelian} + \text{biaya pemesanan} + \text{biaya simpan}$

$$TC(Q) = \left[ P_i + \frac{D_i}{Q} \right] R + \frac{C \cdot R}{Q} + \frac{F \cdot Q}{2} \left[ P_i + \frac{D_i}{Q} \right] \dots\dots\dots (2.1)$$

Total biaya minimal per tahun dapat diperoleh dengan cara menderivasikan total biaya dengan kuantitas pemesanan optimal ( $Q$ ) sama dengan nol.

$$\frac{\partial TC(Q)}{\partial Q} = 0$$

$$\frac{\partial TC(Q)}{\partial Q} = \left[ P_i + \frac{D_i}{Q} \right] R + \frac{C \cdot R}{Q} + \frac{F \cdot Q}{2} \left[ P_i + \frac{D_i}{Q} \right]$$

$$0 = P_i R + \frac{(C+D_i)R}{Q} + \frac{P_i \cdot F \cdot Q}{2} + \frac{F \cdot D_i}{2}$$

$$0 = -\frac{(C+D_i)R}{Q^2} + \frac{P_i \cdot F}{2}$$

$$Q^2 = \frac{2 \cdot R \cdot (C+D_i)}{P_i \cdot F} ; \text{ dimana } D_i = \sum_{e=1}^i (U_e - 1)(P_{e-1} - P_e)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot (C+D_i)}{P_i \cdot F}} \dots\dots\dots (2.2)$$

sehingga  $TC(Q^*)$  menjadi:

$$TC(Q^*) = P_i \cdot R + \frac{(C+D_i) \cdot R}{Q^*} + \frac{P_i \cdot F \cdot (Q^*)}{2} + \frac{F \cdot D_i}{2} \dots\dots\dots (2.3)$$

Feller (1996) (dalam Rosling, 2002) mengemukakan bahwa secara harafiah menafsirkan bahwa proses adalah deterministik sedemikian hingga masalah yang bersifat stokastik harus seluruhnya berasal dari *lead-time* stokastik. Permintaan yang diperkirakan setiap periode adalah  $D$ . *Lead-time* berurutan adalah bebas dan variabel diidentikan berdistribusi random dengan nilai perkiraan,  $T$ . *Lead time* permintaan ditunjukkan sebagai  $DT$ , tetapi panjang *lead time* bisa tergantung pada *lead time* permintaan.

Sebagai contoh permintaan yang diakumulasi adalah kontinyu, titik pemesanan ulang diketahui, dan jumlah  $Q > r$ , tidak ada pesanan yang menonjol dengan satu proses pembaruan, dan biaya rata-rata setiap periode diatas perhitungan yang tak terhingga ketika rasio biaya per periode yang diperkirakan persiklus diatas perkiraan panjang siklus. Ketika biaya diperkirakan turun setiap siklus, digunakan fakta bahwa ini bersamaan dengan biaya yang diperkirakan antar kedatangan dari dua pesanan berurutan. Perkiraan kehilangan penjualan setiap siklus adalah :

$$U(r) = \int_r^\infty (x-r) dF(x) dx = \int_r^\infty [1 - F(x)] dx \dots\dots\dots (2.4)$$

dimana  $F(x)$ ,  $x \geq 0$  adalah distribusi waktu ancap permintaan, didalam persamaan berikut diijinkan  $F(x) > 0$ , tetapi  $F(x)$  memiliki bobot  $f(x)$ , untuk  $x \geq 0$ ,  $F(x) = F(0) + \int_0^x f(x) dx$ . Catatan jika  $U(0) = DT$ .

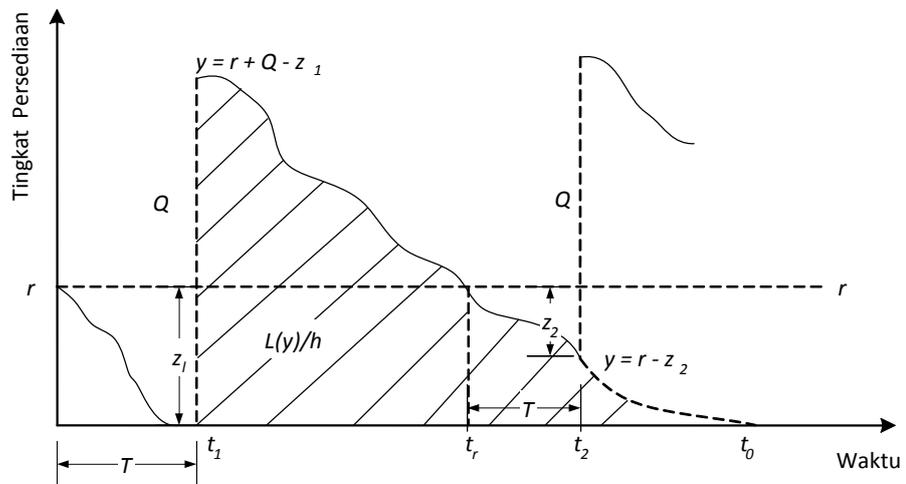
Persediaan ditangan sebelum kedatangan dari suatu pesanan adalah  $r - z$ , dimana  $z$  menunjukkan pengurangan persediaan (misal: penjualan) selama *lead time*, diperlihatkan  $z \leq r$ , dan  $z$  berdistribusi  $H(z)$ :

$$H(z) = F(z) \text{ jika } z \leq r \text{ dan } H(z) = 1 \text{ jika } z > r, \dots\dots\dots (2.5)$$

dan *lead time* atas penjualan diperkirakan adalah

$$\int_0^{\infty} z dH(z) = \int_0^{\infty} z dF(z) dz + r[1 - F(r)] = DT - U(r) \dots\dots\dots (2.6)$$

Persediaan dinamik yang diambarkan pada Gambar 2.2. Siklus dimulai pada  $t_1$  setelah kedatangan pesanan. Tingkat persediaan ditangan adalah  $y = r + Q - z_1$ . Siklus berakhir pada  $t_2$  tepat sebelum kedatangan pesanan berikutnya, ditunjukkan sebagai  $t_r$ , ketika tingkat persediaan adalah  $r$ . Pada  $t_2$  tingkat persediaan adalah  $r - z_2$ . Catatan  $z_1$  dan  $z_2$  berdistribusi  $H(z)$ .  $L(y)$  menunjukkan total perkiraan biaya simpan yang terjadi sampai persediaan dihabiskan, dimulai dengan  $y$  unit dalam persediaan, diasumsikan tidak ada pengisian lebih lanjut. Dalam Gambar 2.2  $L(y)/h$  adalah daerah segitiga  $t_1 - y - t_0$ , dimana  $t_0$  menunjukkan waktu dimana persediaan akan dihabiskan. Proses permintaan kontinyu dan tidak negative, tetap dan kenaikannya bebas, waktu diperkirakan sama dan dihabiskan setiap tingkat persediaan antara  $y$  dan nol, misal rata-rata tingkat persediaan antara  $t_1$  dan  $t_0$  adalah  $y/2$ .



Gambar 2.2 Siklus persediaan (sumber: Rosling, 2002)

Waktu perkiraan sampai keseluruhan persediaan habis adalah  $y/D$ , maka biaya simpan diperkirakan adalah:

$$L(y) = hy^2 / 2D \dots\dots\dots (2.7)$$

(Untuk proses permintaan non deterministik Persamaan (2.6) perlu pendekatan).

Perkiraan biaya simpan antara  $t_1$  dan  $t_2$  dapat dihitung sebagai perbedaan perkiraan antara  $L(r + Q - z_1)$  dan  $L(r - z_2)$ , misalnya :

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} L(r + Q - z) dH(z) - \int_0^{\infty} L(r - z) dH(z) \\ &= h \int_0^{\infty} [(r + Q - z)^2 / 2D - (r - z)^2 / 2D] dH(z) \\ &= hQ[Q/2 + r - DT + U(r)] / D \dots\dots\dots (2.8) \end{aligned}$$

Durasi perkiraan terhadap siklus adalah  $[Q + U(r)]/D$ , biaya kekurangan setiap siklus  $pU(r)$  dan biaya *set-up* adalah  $K$ . Jadi biaya rata-rata setiap periode dapat dituliskan sebagai:

$$g = \{DK + h[Q/2 + r - DT + U(r)]Q + pDU(r)\}/[Q + U(r)] \dots\dots\dots (2.9)$$

Pendekatan model Hadley dan Within (1963) (dalam Rosling, 2002) untuk *lead time* yang kelihatan tetap apabila biaya setiap siklus digantikan dengan  $Q/D$ . Juga model yang ditunjukkan secara alami dapat dipahami sebagai versi yang tepat. Permasalahan optimasi sekarang adalah mencari  $r^*$ ,  $Q^*$  and  $g^*$  sehingga

$$g^* = \min_{Q \geq 0, r \geq 0} g \dots\dots\dots (2.10)$$

maka akan diperoleh  $Q = Q^*$  dan  $r = r^*$ . Hal ini dapat juga dimungkinkan  $Q^* \leq r^*$ , apabila kasus ini terjadi maka pendekatan model dinyatakan gagal dan diperoleh kesimpulan tidak ada nilai optimal  $(r, Q)$ .

Analisis sensitivitas menentukan bagaimana out put dari model akan dipengaruhi oleh perubahan atau kesalahan dalam input data (parameter). Jika input dapat mengasumsikan berbagai nilai tanpa mempengaruhi output, maka model ini dikatakan tidak sensitif, dan jika perubahan kecil dalam masukan dapat mempengaruhi output, maka model dikatakan sensitif. Sistem yang ukuran pemesanannya tetap dengan kuantitas pesanan yang dapat meminimalkan biaya variabel total pertahun membuat persediaan optimal. Hubungan matematik yang bersangkutan (Tersine, 1994) adalah sebagai berikut:

$$Q^* = \sqrt{2CR/H} \dots\dots\dots (2.11)$$

$$\begin{aligned} TVC(Q) &= \text{order cost} + \text{holding cost} \\ &= \frac{CR}{Q} + \frac{HQ}{2}, \\ TVC(Q^*) &= \frac{CR}{Q^*} + \frac{HQ^*}{2} = HQ^* \dots\dots\dots (2.12) \end{aligned}$$

Jika diasumsikan kesalahan dalam estimasi parameter  $R$ ,  $C$ , dan  $H$  dengan adalah faktor  $X_R$ ,  $X_C$ , dan  $X_H$ , maka model (Tersine, 1994) menjadi :

$$\begin{aligned} Q &= \sqrt{\frac{2CR}{H} \frac{X_C X_R}{X_H}} = Q^* \sqrt{\frac{X_C X_R}{X_H}} = \frac{Q^* \sqrt{X_C X_R X_H}}{X_H} \\ \frac{Q - Q^*}{Q^*} &= \sqrt{\frac{X_C X_R}{X_H}} - 1 = \text{fraksi kesalahan jumlah pemesanan} \dots\dots\dots (2.13) \end{aligned}$$

Penentuan sensitivitas total biaya variabel pertahun dengan pendekatan kesalahan didalam *EOQ*, dengan prosedur memasukkan faktor kesalahan kedalam persamaan biaya yang digunakan (Tersine, 1994):

$$\begin{aligned} TVC(Q^*) &= \frac{CR}{Q^*} + \frac{HQ^*}{2} = HQ^* \\ TVC(Q) &= \frac{CR}{Q^* X_Q} + \frac{HQ^* X_Q}{2} \end{aligned}$$

dengan

$$X_Q = \frac{\text{estimated } EOQ}{\text{actual } EOQ} = EOQ \text{ faktor kesalahan}$$

Fraksi kesalahan total biaya variabel adalah sebagai berikut:

$$\frac{TVC(Q) - TVC(Q^*)}{TVC(Q^*)} = \frac{\frac{CR}{Q^* X_Q} + \frac{HQ^* X_Q}{2} - HQ^*}{HQ^*}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{x_Q^2 - 2x_Q + 1}{2x_Q} = \frac{(x_Q - 1)^2}{2x_Q} \\
&= TVC \text{ fraksi kesalahan} \dots\dots\dots (2.14)
\end{aligned}$$

Jika faktor kesalahan  $EOQ$  sama dengan 1, fraksi kesalahan  $TVC$  adalah nol dan  $TVC(Q) = TVC(Q^*)$ .

Pengaruh kesalahan  $EOQ$  untuk sensitifitas  $TVC(Q^*)$  ditunjukkan pada Tabel 2.1 dan Gambar 2.3. Kesalahan kuantitas pesanan diabaikan terhadap pengaruh dari total biaya variabel. Kesalahan ukuran lot yang cukup besar secara wajar akan mengakibatkan peningkatan yang relatif kecil dalam total biaya variabel. Sebagai contoh, jika kesalahan ukuran lot berada dalam salah satu faktor dari dua atau kurang ( $0,5 Q^* \leq Q \leq 2Q^*$ ),  $TVC$  akan tidak lebih dari 25% lebih tinggi dari jumlah minimum. Hasil yang tampaknya sederhana adalah landasan penting dari pengendalian persediaan operasional.

Tabel 2-1 Pengaruh kesalahan  $Q^*$  terhadap  $TVC(Q^*)$

<i>EOQ Error Factor</i> $X_Q$	<i>Increase in TVC(Q*)</i> (%)
0,1	405,0
0,2	160,0
0,3	81,7
0,4	45,0
0,5	25,0
0,6	13,4
0,7	6,4
0,8	2,5
0,9	0,6
1,0	0,0
1,2	1,7
1,4	5,7
1,6	11,3
1,8	17,8
2,0	25,0
2,2	32,8
2,4	40,9
2,6	49,3
2,8	57,9
3,0	66,7
4,0	112,5

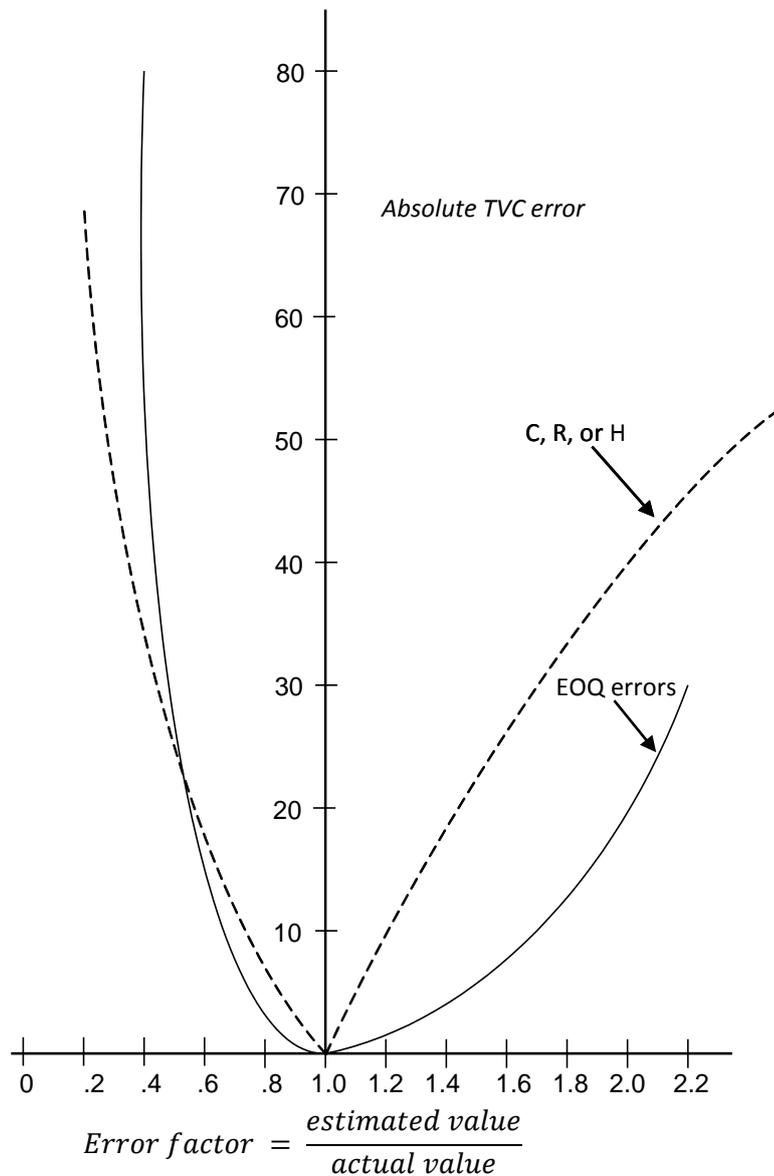
Seperti ditunjukkan dalam Gambar 2.3, pinalti biaya akan lebih besar untuk kesalahan estimasi rendah daripada kesalahan estimasi tinggi. Misalnya, jika kuantitas pesanan ekonomi dengan kesalahan 40% pada posisi yang tinggi ( $X_Q = 1,40$ ), hal tersebut akan mengakibatkan peningkatan biaya 5,7% secara teoritis terhadap total biaya variabel minimum. Kesalahan pada posisi rendah agak lebih mahal. Kuantitas pesanan ekonomi dengan kesalahan sebesar 40% disisi rendah ( $X_Q = 0,6$ ) menghasilkan peningkatan teoritis sebesar 13,4% dari total biaya variabel minimum. Hal ini mengindikasikan harapan secara umum perkiraan tinggi untuk menghindari pinalti biaya besar dalam perkiraan rendah.

Ketidakepekaan dari model persediaan dasar terhadap kesalahan parameter akan menguntungkan. Total biaya secara substansi hanya sedikit meningkat dari kondisi optimal, sehingga model dasar tidak memerlukan sering direvisi (perhitungan kembali). Banyak komponen parameter biaya yang sulit diukur, tetapi ketidakepekaan model membuat perkiraan operasional berguna. Semua diperlukan untuk situasi yang benar dan solusi yang baik dapat diperoleh dengan data biaya awal.  $EOQ$  dapat dibulatkan tanpa kerugian yang signifikan

dibidang ekonomi. Ukuran pesanan dapat meningkat atau menurun untuk pendekatan kemasan terdekat atau ukuran kontainer; interval pemesanan dapat diperpanjang atau diperpendek untuk ketepatan interval waktu berikutnya.

### III. PENGEMBANGAN MODEL

Tujuan penelitian ini adalah mengembangkan model persediaan probabilistik dengan *quantity discount* pada kondisi *lost sales*. Model yang akan dibangun merupakan modifikasi dari model yang telah dikembangkan oleh Rosling (2002). Terkait hal tersebut maka penelitian ini dimaksudkan untuk mengembangkan model persediaan  $(r, Q)$  pada kondisi *lost sales* oleh Rosling (2002) dengan mempertimbangkan *quantity discount*. Pengembangan ditekankan pada penentuan ukuran *lot size* optimal yang mempertimbangkan biaya persediaan.



Gambar 3.1 Pengaruh kesalahan dalam  $TVC(Q^*)$   
(Sumber: Tersine, 1994)

Biaya rata-rata persediaan setiap periode yang dikembangkan oleh Rosling (2002) sebagaimana ditunjukkan dalam Persamaan (2.9) adalah  $g = \{DK + hQ[Q/2 + r - DT + U(r)] + pDU(r)\} / [Q + U(r)]$ .  $DK$  adalah biaya setup pada seluruh permintaan setiap periode, kemudian  $hQ [Q/2 + r - DT + U(r)]$  adalah biaya penanganan bahan,  $pDU(r)$  merupakan kehilangan biaya setiap siklus periode dan  $[Q + U(r)]$  adalah perkiraan waktu siklusnya. Biaya setup pada seluruh permintaan tiap periode,  $DK$  diperoleh dari jumlah permintaan  $D$  tiap periode dengan biaya setup  $K$  tiap item pemesanan. Biaya penanganan bahan  $hQ [Q/2 + r - DT + U(r)]$  dengan  $h$  adalah biaya simpan per unit dan  $Q$  adalah jumlah pemesanan setiap kali pesan,  $r$  sebagai reorder point,  $DT$  adalah lead time permintaan dan  $U(r)$  sebagai perkiraan penjualan hilang.

Model yang dikembangkan oleh Rosling (2002) tersebut mengasumsikan bahwa pemesanan order  $Q$  dilakukan saat kondisi inventori tersedia maupun dalam proses pemesanan berada pada posisi sama atau dibawah reorder point,  $r$ . Jika  $Q > r$  maka kedatangan order setelah waktu pemesanan dapat bersifat stokastik, keuntungannya adalah waktu pemesanan dapat diabaikan. Oleh karena itu posisi inventori tidak boleh lebih kecil dari  $Q$  selama waktu pemesanan berlangsung, dan paling banyak satu pesanan yang belum terselesaikan setiap waktu.

Pemesanan optimal dengan mempertimbangkan harga diskon, dari Persamaan (2.2) jumlah ukuran optimal pemesanan adalah  $Q^* = \sqrt{\frac{2.R(C+D_i)}{P_i F}}$ . Artinya apabila nilai  $Q^*$  lebih besar atau lebih kecil dari  $Q$  hasil perhitungan  $EOQ$  maka biaya persediaan akan menjadi lebih besar.

Pada pengembangan model ini maka notasi-notasi yang akan digunakan adalah sebagai berikut:

- $A$  : ongkos pesan setiap kali pemesanan
- $C$  : harga pembelian per unit
- $D$  : permintaan setiap periode, unit
- $F$  : prosentase biaya simpan
- $g$  : biaya rata-rata persediaan
- $h$  : biaya simpan
- $K$  : biaya setup
- $P$  : harga diskon per unit
- $Q$  : ukuran pemesanan
- $Q^*$  : ukuran pemesanan ekonomis
- $r$  : *reorder point*
- $R$  : Jumlah harga diskon
- $T$  : waktu anjang (*lead time*)
- $TC(Q)$  : jumlah total biaya dengan ukuran pemesanan  $Q$
- $U$  : ukuran pembelian dengan harga diskon, unit
- $U(r)$  : biaya kekurangan (*stockout*) persiklus

Sehingga Persamaan (2.2) dan Persamaan (2.3) menjadi sebagai berikut :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2.D(A+R_i)}{P_i F}} \dots\dots\dots (3.1)$$

dengan  $R_i = \sum_{e=1}^i (U_e - 1)(P_{e-1} - P_e)$

$$TC(Q^*) = P_i \cdot D + \frac{(A+R_i) \cdot D}{Q^*} + \frac{P_i \cdot F(Q^*)}{2} + \frac{F \cdot R_i}{2} \dots\dots\dots (3.2)$$

Apabila  $Q_d$  adalah ukuran pemesanan ekonomis dan  $Q_d$  sama dengan  $Q^*$  maka biaya persediaan optimal, karena  $Q$  optimal. Tetapi apabila  $Q_d$  lebih besar dari  $Q^*$  maka perlu dilakukan langkah-langkah untuk menentukan keputusan diambil atau tidaknya penawaran harga khusus tersebut, keputusan menerima tawaran harga khusus dengan  $Q^*$  apabila total biaya persediaan minimum.

Formulasi biaya rata-rata persediaan  $g$  pada Persamaan (2.9) setiap periode melibatkan parameter ukuran kuantitas pesanan  $Q$ , dengan nilai  $Q$  yang belum mempertimbangkan harga diskon. Untuk menentukan biaya rata-rata  $g^*$  dengan ukuran kuantitas pemesanan optimal yang mempertimbangkan harga diskon, maka nilai  $Q^*$  pada Persamaan (3.1) disubstitusikan kedalam Persamaan (2.48). Sehingga persamaan biaya rata-rata persediaan yang mempertimbangkan diskon kuantitas menjadi sebagai berikut :

$$g^* = \{DK + hQ^* [Q^*/2 + r - DT + U(r)] + pDU(r)\} / [Q^* + U(r)] \dots\dots\dots (3.3)$$

Langkah-langkah untuk mengembangkan model persediaan probabilistik dengan *quantity discount* pada kondisi *lost sales* adalah sebagai berikut :

1. Menentukan *lot size* optimal pada situasi *quantity discount*.
  - Menentukan harga diskon kuantitas untuk setiap harga pembelian dengan persamaan  $R_i = \sum_{e=1}^i (U_e - 1)(P_{e-1} - P_e) \dots\dots\dots (3.4)$
  - Menghitung *EOQ* dan menentukan *EOQ* apakah diterima atau ditolak dengan Persamaan (3.1).
  - Menghitung total biaya ( $TC$ ) setiap *EOQ* yang diterima dengan menggunakan Persamaan (3.2).
  - Memilih *EOQ* yang tepat dengan total biaya rendah.
  - *Lot size*  $Q^*$  optimal dipilih.
2. Menentukan biaya rata-rata persediaan  $g$  dengan harga diskon kuantitas.
  - Menentukan nilai  $Q^*$  optimal berdasarkan hasil langkah 1 diatas.
  - Menentukan data-data probabilitas *stockout*, *reorder point* dan *lost sales*.
  - Menghitung biaya rata-rata persediaan  $g^*$  dengan Persamaan (3.3).
3. Melakukan analisis sensitivitas terhadap pengaruh  $Q^*$  terhadap  $TC(Q^*)$ .
  - Menghitung efek parameter *error*  $Q^*$  dengan Persamaan (2.13) setiap material secara parsial.
  - Menghitung efek parameter  $TC(Q^*)$  dengan Persamaan (2.14) setiap material secara parsial.
  - *Plotting* data efek parameter  $Q^*$  dan parameter  $TC(Q^*)$  kedalam grafik linear.
  - Menganalisis pengaruh parameter *error*  $Q^*$  terhadap  $TC(Q^*)$  berdasarkan gambar grafik.

#### IV. CONTOH NUMERIK DAN ANALISIS HASIL

Pengolahan data menggunakan contoh numerik data penelitian Septianto (2011) tentang permintaan harian Sprite medium 295 ml yang dikonversikan kedalam data mingguan dan disesuaikan dengan *lead time* permintaan. Permintaan tahunan  $D$  berdasarkan pada perhitungan data adalah 57.010.962 pcs per horison perencanaan. Data *lot size quantity discount* dan harga diskon per unit diasumsikan berdasarkan pada penawaran yang diberikan oleh perusahaan penyedia bahan baku. Data *lead time*, *lot size*, dan *stock on hand* untuk masing-masing material, dapat dilihat pada Tabel 4.1 sebagai berikut:

Tabel 4.1 *Lot size, stock on hand* dan *lead time* material

Material	<i>Lot size</i>	<i>Stock on hand</i>	<i>Lead time</i>
Sprite	<i>Lot for lot</i>	423.145 pcs	-
<i>Concentrate</i>	650 box	1.389 box	1 minggu
Gula	25.000 kg	30.853kg	1 minggu
CO <sub>2</sub>	5.000 kg	7.685 kg	1 minggu
<i>Crown</i>	750.000 pcs	2.314.673 pcs	1 minggu
Botol	500.000 pcs	1.712.451 pcs	1 minggu

(Sumber: Septianto, 2011)

Data biaya yang digunakan untuk masing-masing material, meliputi biaya simpan, biaya pesan, dan biaya *back order*, dapat dilihat pada Tabel 4.2 sebagai berikut :

Tabel 4.2 Biaya simpan, biaya pesan, dan biaya *back order* material

<i>Material</i>	Biaya simpan	Biaya pesan	Biaya <i>back order</i>
<i>Concentrate</i>	Rp 500,- / box	Rp 754.000,-	Rp 5.400,- / box
Gula	Rp 600,- / kg	Rp 1.145.000,-	Rp 860,- / kg
CO <sub>2</sub>	Rp 2000,- / kg	Rp 675.000,-	Rp 3.300,- / kg
<i>Crown</i>	Rp 20,- / pcs	Rp 585.000,-	Rp 36,- / pcs
Botol	Rp 50,- / pcs	Rp 865.000,-	Rp 90,- / pcs

(Sumber: Septianto, 2011)

Data *safety stock*, *reorder point* dan probabilitas *stockout* berdasarkan hasil perhitungan Septianto (2011) dapat dilihat pada Tabel 4.3 sebagai berikut:

Tabel 4.3 *Safety stock*, *reorder point* dan probabilitas *stockout*

<i>Material</i>	<i>Safety stock</i>	<i>Reorder point</i>	Probabilitas <i>Stockout</i>
<i>Concentrate</i>	77 box	241	0,0588
Gula	23.217 kg	55.154	0,0294
CO <sub>2</sub>	1.433 kg	3.765	0,0441
<i>Crown</i>	700.767 pcs	1.540.840	0,0147
Botol	804.274 pcs	1.768.430	0,0147

(Sumber: Septianto, 2011)

Hasil penghitungan *lot size* optimal dan biaya *EOQ* untuk masing-masing dapat dilihat pada Tabel 4.4 sebagai berikut :

Tabel 4.4 Perhitungan  $Q^*$  dan  $TC(Q^*)$

Material	Harga beli	$Q^*$	$TC(Q^*)$
<i>Crown</i>	115	13.815.668	6.823.685.925
<i>Concentrate</i>	2.700	16.490.701	161.439.787.918
Gula	9.400	3.134.134	537.765.307.782
CO <sub>2</sub>	2.900	1.728.770	168.690.745.452
Botol	490	7.785.045	28.316.765.589

Penentuan biaya rata-rata persediaan setiap horison perencanaan yang dikembangkan oleh Rosling (2002) dimodifikasi dengan model persediaan yang mempertimbangkan *quantity discount*. Data-data yang diperlukan untuk penentuan biaya dapat dilihat pada Tabel 4.5 sebagai berikut:

Tabel 4.5 Data persediaan material *sprite*

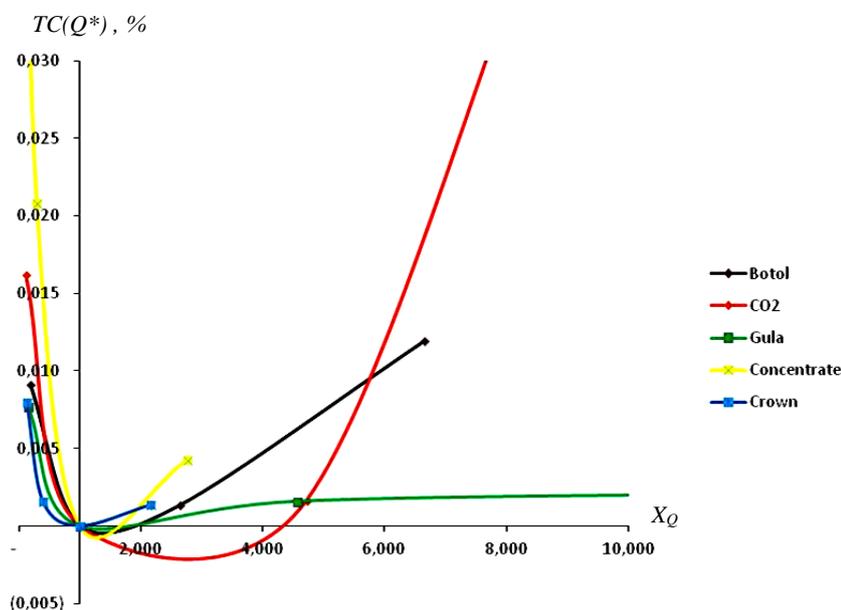
Data persediaan	Material				
	<i>Crown</i>	<i>Concentrat</i>	Gula	CO <sub>2</sub>	Botol
Permintaan( <i>D</i> )	57.010.962	57.010.962	57.010.962	57.010.962	57.010.962
Biaya setup( <i>K</i> )	585.000	754.000	1.145.000	675.000	865.000
Biaya simpan( <i>h</i> )	20	500	600	2.000	50
Biaya <i>stockout</i> ( $pU(r)$ )	36	5.400	860	3.300	90
<i>Reorder point</i> ( <i>r</i> )	1.540.840	241	55.154	3.765	1.768.430
<i>Lost sales</i> ( $U(r)$ )	0,0147	0,0588	0,0294	0,0441	0,0147
<i>Leadtime</i> ( <i>DT</i> )	1	1	1	1	1
<i>Quantity Optimal</i> ( $Q^*$ )	13.815.668	16.490.701	3.134.134	1.728.770	7.758.045

dengan menggunakan Persamaan (3.3) maka biaya rata-rata persediaan probabilistik yang mempertimbangkan *quantity discount* pada kondisi *lost sales* dapat dilihat pada Tabel 4.6 sebagai berikut:

Tabel 4.6 Biaya rata-rata persediaan  $g$

Material	$g$
<i>Crown</i>	171.387.633
<i>Concentrate</i>	4.125.120.682
Gula	994.175.674
$CO_2$	1.758.667.038
Botol	288.729.799

Pengaruh perubahan faktor kesalahan  $EOQ(X_Q)$  untuk semua material bahan baku secara parsial terhadap total biaya  $TC(Q^*)$  dapat dilihat pada Gambar 4.1 sebagai berikut:



Gambar 4.1 Pengaruh parameter error  $Q^*$  semua material bahan baku terhadap  $TC(Q^*)$

Pengaruh kesalahan parameter  $Q^*$  paling sensitif terhadap perubahan jumlah total biaya yang mempertimbangkan *quantity discount* adalah material  $CO_2$ , dan sebaliknya pengaruh paling tidak sensitif terhadap perubahan jumlah total biaya yang mempertimbangkan *quantity discount* adalah material gula.

## V. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan pengembangan model, contoh numerik dan analisis hasil dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model yang dihasilkan dapat dipergunakan untuk menyelesaikan permasalahan persediaan probabilistik dengan *quantity discount* pada kondisi *lost sales*.
2. Diskon harga yang ditawarkan oleh perusahaan penyedia bahan baku mempengaruhi jumlah pemesanan optimal  $Q^*$ , namun demikian penawaran harga per unit yang lebih murah belum tentu akan mengakibatkan total biaya persediaan  $TC(Q^*)$  yang lebih murah, demikian

sebaliknya penawaran harga per unit yang lebih mahal belum tentu akan mengakibatkan total biaya persediaan  $TC(Q^*)$  yang lebih mahal.

3. Prosentase kenaikan total biaya persediaan  $TC(Q)$  dengan  $Q$  yang lebih besar dari  $Q^*$  dan harga  $P$  per unit yang lebih mahal dari harga  $P^*$  per unit, tidak begitu signifikan dan cenderung lebih kecil apabila dibandingkan dengan total biaya persediaan  $TC(Q)$  dengan  $Q$  yang lebih kecil dari  $Q^*$  dan harga  $P$  per unit yang lebih murah dari harga  $P^*$  per unit.
4. Pengaruh perubahan jumlah pemesanan optimal  $Q^*$  terhadap total biaya persediaan  $TC(Q)$  dari semua material,  $CO_2$  adalah material paling sensitif terhadap faktor kesalahan  $Q^*$  dan sebaliknya gula adalah material paling tidak sensitif terhadap faktor kesalahan  $Q^*$ .

Beberapa pengembangan yang masih dapat dilakukan dari penelitian ini adalah :

1. Kapasitas gudang ikut dipertimbangkan untuk menentukan jumlah optimal  $Q^*$ .
2. Biaya transportasi bahan baku dapat diperhitungkan untuk menentukan  $TC(Q^*)$ .

## DAFTAR PUSTAKA

- Elsayed, E.A. and Boucher, T.O., 1994, *Analysis and Control Production System*, Prentice-Hall International Inc, New Jersey.
- Feller, W., 1996, *An Introduction to Probability and its Applications*, John Wiley & Sons, New York.
- Fogarty, D.W., Blackstone, J.H., and Hoffman, T.R., 1991, *Production and Inventory Management*, South-western Publishing Co.
- Hadley, G. and Within, T.M., 1963, *Analysis of Inventory Systems*, Prentice-Hall Inc., New Jersey.
- Kusrini, E., 2005, Join replenishment order pada inventory multi - item single supplier dengan all unit quantity discount, *Proceedings Seminar Optimasi Sistem Industri*, Yogyakarta, JTI UPN "Veteran" Yogyakarta, pp 257-261.
- Nasution, A.H., 1999. *Perencanaan dan Pengendalian Produksi*. Penerbit Guna Widya. Jakarta
- Rosling, K., 2002, The  $(r, Q)$  inventory model with lost sales, *Working Paper*, Växjö University, SE-351 95 Växjö, Sweden.
- Septianto, V.C., 2011, Perencanaan Kebutuhan Material pada Permintaan Probabilistik dan Material Reuse, *Tugas Akhir Jurusan Teknik Industri Fakultas Teknologi Industri*, UPN "Veteran" Yogyakarta.
- Siswanto. 1985. *Persediaan: Model dan Analisis*, Andi Offset, Yogyakarta.
- Tersine, R.J., 1994, *Principles of Inventory and Materials Management*, 4<sup>th</sup> Edition, PTR Prentice-Hall, New Jersey.