

JURNAL OPTIMASI SISTEM INDUSTRI

Pengembangan Prosedur dan Model Optimisasi Peta Kendali \bar{x} Double Sampling Baru

Sutrisno

Perancangan Ulang Gitar Elektrik Berdasarkan *Antropometri* Pengguna Di Indonesia Dengan Pendekatan *Value Engineering*

Tri Wibawa, Intan Berlianty, Ferry Suhatry

Hybrid Heuristic For Part Family Clustering Within Manufacturing Cell

Agus Ristono

Aplikasi Metode ELECTRE Dalam Penentuan Lokasi Usaha

Aulia Kurniadi, Huda

Optimasi Kadar Polutan Hidrokarbon Dan Carbon Dioksida Dengan Prosedur Murni Pada Metode Taguchi

Musabbikhah

Pemanfaatan Promodel Pada Simulasi Pemilihan Metode *Line Balancing* Di PT. Indomobil Suzuki International

Al Ikbal Arbi, Fajar Kurniawan

Penjadwalan Mesin *Bottleneck* Dengan Pendekatan Algoritma Genetik

Agus Mansur, Aditya Gatot

Pengembangan Prosedur dan Model Optimisasi Peta Kendali \bar{x} Double Sampling Baru

Sutrisno

Program Studi Teknik Industri, Fakultas Teknologi Industri, UPN "Veteran" Yogyakarta
Jln. Babarsari No.2 Tambakbayan, Yogyakarta 55283 Telp. 0274 485363 Fax.486256
E-mail:trisno_upnv@yahoo.co.id

Abstrak

Peta kendali double sampling ditujukan untuk memperbaiki kemampuan dalam mendeteksi kondisi out-of-control dengan mengobservasi sampel kedua tanpa ada interupsi. Peta kendali \bar{x} double sampling pertama kali dikembangkan oleh Croasdale pada tahun 1974, yang dikenal dengan peta kendali \bar{x} double sampling Croasdale. Daudin (1990) mengembangkan peta kendali \bar{x} double sampling yang kemudian dikenal dengan peta kendali \bar{x} double sampling Doudin. Pengembangan peta kendali \bar{x} double sampling baru ini, dilatarbelakangi oleh penelitian Irianto dan Shinozaki (1998) dan Irianto (2005) dalam melakukan optimisasi peta kendali \bar{x} double sampling Doudin. Dalam penelitian Irianto dan Shinozaki (1998) dan Irianto (2005) dapat disimpulkan bahwa parameter peta kendali \bar{x} double sampling Doudin dapat direduksi. Pereduksian parameter tersebut akan melahirkan peta kendali \bar{x} double sampling baru. Penelitian ini merumuskan prosedur peta kendali \bar{x} double sampling baru dan model optimisasinya. Optimisasi yang dilakukan adalah optimisasi power peta kendali. Hasil perhitungan numerik memperlihatkan bahwa power peta kendali \bar{x} double sampling baru lebih besar dari pada power peta kendali \bar{x} double sampling Doudin. Penelitian ini juga membahas dan menganalisa hasil optimisasi peta kendali \bar{x} double sampling baru.

Kata Kunci: Peta kendali double sampling, optimisasi, power peta kendali

1. Pendahuluan

Pengendalian proses secara statistik adalah metode yang telah dikenal secara luas untuk mengetahui variabilitas proses dalam rangka memperbaiki kualitas proses. Peta kendali dirancang agar dapat mengidentifikasi variasi proses, yang diakibatkan sebab-sebab umum dan sebab-sebab khusus. Peta kendali \bar{x} Shewhart telah digunakan secara luas untuk mengendalikan proses, tetapi peta kendali ini lambat atau tidak sensitif dalam mendeteksi perubahan rata-rata proses yang kecil. Beberapa alternatif yang ditawarkan untuk memperbaiki sensitifitas dari peta kendali tersebut adalah peta kendali *moving average* (EWMA), peta kendali *cumulative sum* (CUSUM), dan peta kendali dengan menggunakan *warning limit*. Peta kendali dengan menggunakan *warning limit* diantaranya adalah peta kendali *variable sampling interval* (VSI), peta kendali *variable sampling size* (VSS), dan peta kendali *double sampling* (DS):

Reynolds et al (1988) mengusulkan sebuah peta kendali \bar{x} VSI yang memberi sinyal peringatan ketika proses kelihatan *out-of-control*. Jika pada pengambilan sampel sebelumnya muncul sinyal, maka sampel berikutnya diambil dalam interval waktu yang lebih pendek; sebaliknya jika pengambilan sampel sebelumnya tidak muncul sinyal, maka sangat beralasan jika pengambilan sampel berikutnya dilakukan dalam interval waktu yang lebih panjang. Dengan ide yang sama Costa (1994) mengusulkan sebuah peta kendali \bar{x} VSS, dimana jika pada saat pengambilan sampel sebelumnya muncul sinyal, maka sampel berikutnya diambil dalam ukuran yang lebih besar; sebaliknya jika pengambilan sampel sebelumnya tidak muncul sinyal, maka sangat beralasan jika pengambilan sampel berikutnya dilakukan dalam ukuran yang lebih kecil. Prosedur DS menggabungkan ide VSI dan VSS, dimana jika muncul sinyal pada pengambilan sampel pertama maka sampel kedua diobservasi dengan interval waktu nol. Peta kendali \bar{x} DS dua batas kendali pertama kali diusulkan oleh Croasdale (1974) yang dikenal sebagai peta kendali \bar{x} CDS. Kemudian Daudin, Duby dan Trecourt (1990) dan Daudin (1992) mengusulkan peta kendali \bar{x} DS tiga batas kendali, yang menggunakan sampel pertama dan sampel kedua pada saat menentukan keterkendalian proses pada observasi tahap kedua. Peta kendali \bar{x} DS tiga batas kendali yang dikembangkan oleh Daudin, Duby dan Trecourt (1990) dan Daudin (1992) selanjutnya dikenal sebagai peta kendali \bar{x} DDS.

Daudin et al (1990) dan Daudin (1992) melakukan optimisasi peta kendali \bar{x} DDS dengan meminimasi ukuran sampel yang diharapkan, sedangkan Irianto dan Shinozaki (1998) melakukan optimisasi peta kendali \bar{x} DDS dengan memaksimalkan *power* untuk mengestimasi parameter-parameter peta kendali. Hasil optimisasi yang dilakukan Irianto dan Shinozaki (1998) memperlihatkan adanya perubahan parameter peta kendali \bar{x} DDS. Irianto (2005) melakukan pembahasan hasil optimisasi yang dilakukan oleh Irianto dan Shinozaki (1998) dan implikasinya terhadap peta kendali \bar{x} DDS.

Perbandingan peta kendali Shewhart dengan peta kendali *warning limit* dapat dilihat pada Tabel 1. Sedangkan perbandingan diantara peta kendali-peta kendali *warning limit* dapat dilihat pada Tabel 2. Posisi penelitian ini terhadap penelitian-penelitian sejenis sebelumnya dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 1 Perbandingan Peta Kendali Shewhart dan Peta Kendali dengan *Warning Limit*

	Lambat mendeteksi perubahan rata-rata proses yang kecil	Cepat mendeteksi perubahan rata-rata proses yang kecil
Peta kendali Shewhart	V	-
Peta kendali dengan <i>warning limit</i>	-	V

Tabel 2 Perbandingan Peta Kendali-Peta Kendali *Warning Limit*

	Memperhatikan interval waktu pengambilan sampel	Memperhatikan ukuran sampel pada pengambilan sampel
Peta kendali VSI	V	-
Peta kendali VSS	-	V
Peta kendali DS	V	V

Tabel 3 Posisi Penelitian Terhadap Penelitian Sebelumnya

Peneliti	Judul	Tahun	Jumlah batas kendali			Jenis optimisasi	
			Dua		Tiga	Ukuran sampel	Power
			Observasi tahap dua hanya mengamati n_2	Observasi tahap dua mengamati n_1 dan n_2			
Croasdale, R	<i>Control Charts for a Double-Sampling Scheme Based On Average Production Run Lengths</i>	1974	V	-	-		
Daudin, J.J dkk	<i>Plans de Controle Double Optimaux (Maitrise des Procèdes et Controle de Reception)</i>	1990	-	-	V	V	-
Daudin, J.J	<i>Double Sampling \bar{X} Charts</i>	1992	-	-	V	V	-
Irianto dan Shinozaki	<i>An Optimal Double Sampling \bar{X} Control Chart</i>	1998	-	-	V	-	V
Irianto, D	<i>Optimizing Parameter Estimation for Double Sampling Control Chart</i>	2005	-	-	V	-	V
Sutrisno	<i>Pengembangan Prosedur dan Model Optimisasi Peta Kendali \bar{X} DS Baru</i>	2006	-	V	-	-	V

Proses optimisasi yang dilakukan oleh Irianto dan Shinozaki (1998) dan Irianto (2005) mengindikasikan adanya perubahan jumlah parameter peta kendali, yaitu berupa pereduksian salah satu parameter peta kendali, yang merupakan dasar pengembangan peta kendali \bar{X} DS baru. Penelitian ini membahas tentang perumusan prosedur peta kendali \bar{X} DS baru, pengembangan model optimisasi peta kendali \bar{X} DS baru dengan fungsi tujuan maksimasi *power* peta kendali, dan membandingkan hasil optimisasi peta kendali \bar{X} DS baru dengan hasil optimisasi peta kendali \bar{X} DDS. Penelitian ini juga membahas dan menganalisa hasil optimisasi peta kendali \bar{X} double sampling baru.

2. Prosedur Peta Kendali \bar{X} DDS

Prosedur peta kendali \bar{X} DDS diperlihatkan pada Gambar 2. Prosedur peta kendali \bar{X} DDS dapat dideskripsikan sebagai berikut:

1. Ambil sampel berukuran n_1 , $X_{1i}, i = 1, 2, \dots, n_1$ yang berasal dari populasi dengan nilai rata-rata μ_0 dan standar deviasi σ .

Hitung rata-rata sampel $\bar{X}_1 = \sum_{i=1}^{n_1} \frac{X_{1i}}{n_1}$

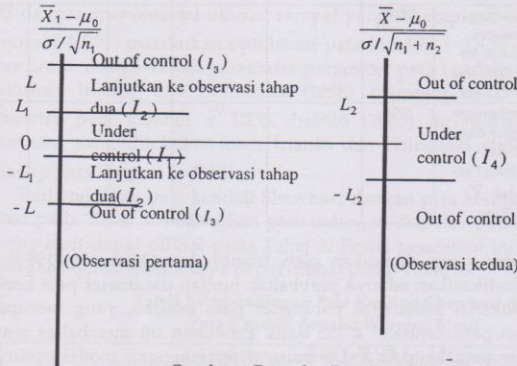
2. Jika $(\bar{X}_1 - \mu_0) / (\sigma / \sqrt{n_1})$ terletak di dalam I_1 maka proses dikatakan dalam kendali.
3. Jika $(\bar{X}_1 - \mu_0) / (\sigma / \sqrt{n_1})$ terletak di dalam I_3 maka proses dikatakan diluar kendali.
4. Jika $(\bar{X}_1 - \mu_0) / (\sigma / \sqrt{n_1})$ terletak di dalam I_2 , maka dilakukan pengambilan sampel kedua yang berukuran $n_2, X_{2i}, i = 1, 2, \dots, n_2$.

Hitung rata-rata sampel $\bar{X}_2 = \sum_{i=1}^{n_2} \frac{X_{2i}}{n_2}$

5. Hitung rata-rata sampel total $\bar{X} = (n_1 \bar{X}_1 + n_2 \bar{X}_2) / (n_1 + n_2)$
6. Jika $-L < \frac{\bar{X}_1 - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n_1}} < -L_1$ atau $L_1 < \frac{\bar{X}_1 - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n_1}} < L$ dan jika $\frac{\bar{X}_1 - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n_1 + n_2}} < -L_2$ atau

$\frac{\bar{X}_1 - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n_1 + n_2}} > L_2$ maka proses dikatakan di luar kendali (*out of control*),

sebaliknya maka proses dikatakan dalam kendali (*under control*).



Gambar 1 Prosedur Peta Kendali \bar{X} DDS

3. Model Optimisasi Peta Kendali \bar{X} DDS untuk Maksimasi Power

Model optimisasi peta kendali \bar{X} DDS dengan fungsi tujuan untuk memaksimalkan *power* memperhatikan dua buah batasan, yaitu: ekspektasi ukuran sampel total dan probabilitas kesalahan tipe I. Formulasi model optimisasi peta kendali \bar{X} DDS dengan fungsi tujuan untuk memaksimalkan *power* adalah sebagai berikut.

$$\text{Max}_{L_1, L_2} \int_{z \in I_2'} \{ \Phi[cL_2 + rc\delta - z\sqrt{n_1/n_2}] - \Phi[-cL_2 + rc\delta - z\sqrt{n_1/n_2}] \} \phi(z) dz$$

dengan batasan

1. $E[\text{ukuran sampel total} \mid \mu = \mu_0] = n \Leftrightarrow n_1 + n_2 \cdot \Pr\{Z_1 \in I_2 \mid \mu = \mu_0\} = n$
2. $\Pr[\text{Out-of-Control} \mid \mu = \mu_0] = \alpha$, maka

$$1 - \{ \Phi[L_1] - \Phi[-L_1] \} - \int_{z \in I_2} \{ \Phi[cL_2 - z\sqrt{n_1/n_2}] - \Phi[-cL_2 - z\sqrt{n_1/n_2}] \} \phi(z) dz = \alpha$$

4. Perhitungan Numerik Dari Model Optimisasi Peta Kendali \bar{X} DDS

Tabel 5 menunjukkan *power* peta kendali \bar{X} DDS untuk setiap perubahan sebesar 0, 5 dan 1,0 deviasi standar pada beberapa pasangan $n_1 = 4$ dan $n_2 = 2, 3, 5$, dan 6 serta satu buah ekspektasi ukuran sampel total, yaitu $n = 5$.

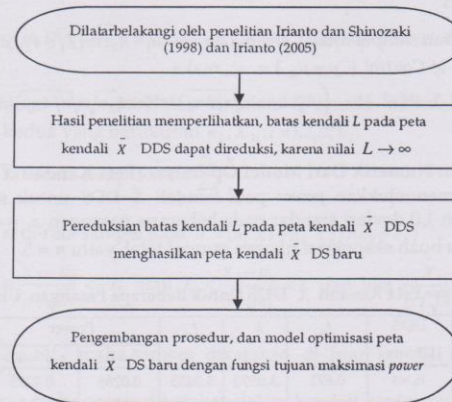
Table 4 Power Peta Kendali \bar{X} DDS Untuk Beberapa Pasangan Ukuran Sampel

DDS Charts	L_1	L	L_2	Power	
				$\delta = 0.5$	$\delta = 1.0$
$n_1 = 4$ $n_2 = 2$ $n = 5$	0.671	3.0590	3.3435	0.0288	0.2273
	0.672	3.1589	3.1652	0.0329	0.2582
	0.673	3.3057	3.0720	0.0357	0.2766
	0.674	3.6057	3.0149	0.0375	0.2882
	0.67449	∞	2.9999	0.0379	0.2910
$n_1 = 4$ $n_2 = 3$ $n = 5$	0.963	3.0599	3.3813	0.0321	0.2696
	0.964	3.1360	3.2175	0.0373	0.3059
	0.965	3.2362	3.1218	0.0410	0.3292
	0.966	3.3854	3.0557	0.0440	0.3459
	0.967	3.7058	3.0087	0.0461	0.3577
	0.96742	∞	2.9961	0.0467	0.3606
$n_1 = 4$ $n_2 = 5$ $n = 5$	1.275	3.0473	3.4577	0.0376	0.3467
	1.276	3.0969	3.2942	0.0446	0.3897
	1.277	3.1555	3.1924	0.0499	0.4175
	1.278	3.2274	3.1184	0.0543	0.4378
	1.279	3.3210	3.0605	0.0580	0.4536
	1.280	3.4575	3.0135	0.0611	0.4662
	1.281	3.7271	2.9754	0.0637	0.4762
	1.28155	∞	2.9593	0.0647	0.4801
$n_1 = 4$ $n_2 = 6$ $n = 5$	1.376	3.0680	3.3660	0.0453	0.4115
	1.377	3.1140	3.2452	0.0517	0.4434
	1.378	3.1677	3.1602	0.0569	0.4657
	1.379	3.2323	3.0945	0.0613	0.4826
	1.380	3.3139	3.0412	0.0651	0.4960
	1.381	3.4261	2.9966	0.0683	0.5069
	1.382	3.6110	2.9590	0.0711	0.5158
	1.38299	∞	2.9292	0.0733	0.5225

5. Pengembangan Prosedur dan Model Optimisasi Peta Kendali \bar{x} DS Baru

5.1 Tahap-tahap Pengembangan Model

Tahap-tahap pengembangan model dapat dibuat dalam bentuk *flowchart* seperti pada Gambar 3 berikut.



Gambar 2 Tahap-tahap Pengembangan Model

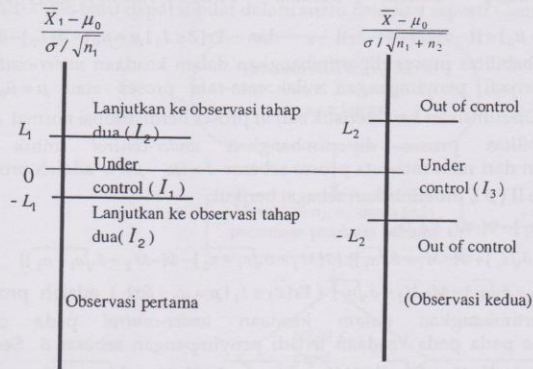
5.2 Batas-batas Kendali Peta Kendali \bar{x} DDS

Pengembangan model peta kendali \bar{x} DS baru dilatarbelakangi oleh penelitian Irianto dan Shinozaki (1998) tentang optimisasi *power* peta kendali \bar{x} DDS, dan penelitian Irianto (2005) yang membahas hasil optimisasi yang dilakukan Irianto dan Shinozaki (1998) serta implikasinya terhadap peta kendali \bar{x} DDS. Dari kedua penelitian tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa parameter peta kendali \bar{x} DDS dapat direduksi, dimana parameter yang direduksi adalah batas kendali L , karena $L \rightarrow \infty$. Sebelum mengembangkan prosedur peta kendali \bar{x} DS baru, terlebih dahulu dilakukan analisa terhadap batas-batas kendali pada peta kendali \bar{x} DDS. Tabel 5 menunjukkan bahwa batas kendali peta kendali \bar{x} DDS untuk beberapa pasangan n_1 dan n_2 serta satu buah ekspektasi jumlah sampel yang diharapkan, yaitu $n = 5$. Hasilnya memperlihatkan bahwa dengan naiknya nilai L_1 akan menaikkan nilai L , dimana nilai $L \rightarrow \infty$.

5.3 Prosedur Peta Kendali \bar{x} DS Baru

Karena naiknya nilai batas kendali L_1 menyebabkan batas kendali $L \rightarrow \infty$ (pada Tabel IV.1) maka peta kendali \bar{x} DDS dapat dibuat menjadi lebih sederhana dengan menghilangkan batas kendali L , yang disebut sebagai peta kendali \bar{x} DS baru (dua batas kendali, dimana pada observasi tahap kedua dilakukan dengan mengobservasi sampel pertama dan sampel kedua). Jadi peta kendali \bar{x} DS baru diperoleh dari peta kendali \bar{x} DDS dengan mereduksi satu parameternya, yaitu batas kendali L . Batas kendali L dapat direduksi karena $L \rightarrow \infty$, sehingga dapat dikatakan tidak signifikan sebagai batas kendali. Sebetulnya peta kendali \bar{x} DS baru pada observasi tahap pertama sama dengan peta kendali \bar{x} CDS yang

diusulkan Croasdale (1974), tetapi untuk observasi tahap kedua, sampel kedua diobservasi bersama dengan sampel pertama. Pada peta kendali \bar{X} DS baru, penentuan proses dalam keadaan *out-of-control* baru dapat dilakukan pada saat dilakukan observasi tahap kedua, sama dengan peta kendali \bar{X} CDS. Prosedur peta kendali \bar{X} DS baru ditunjukkan pada Gambar 4 berikut.



Gambar 3 Prosedur Peta Kendali \bar{X} DS Baru

Prosedur peta kendali \bar{X} DS baru dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Ambil sampel berukuran $n_1, X_{1i}, i = 1, 2, \dots, n_1$ yang berasal dari populasi dengan nilai rata-rata μ_0 dan standar deviasi σ .

$$\text{Hitung rata-rata sampel } \bar{X}_1 = \sum_{i=1}^{n_1} \frac{X_{1i}}{n_1}$$

2. Jika $(\bar{X}_1 - \mu_0) / (\sigma / \sqrt{n_1})$ terletak di dalam I_1 , maka proses dipertimbangkan dalam keadaan *under-control*.

3. Jika $(\bar{X}_1 - \mu_0) / (\sigma / \sqrt{n_1})$ terletak di dalam I_2 , maka dilakukan pengambilan sampel kedua yang berukuran $n_2, X_{2i}, i = 1, 2, \dots, n_2$.

$$\text{Hitung rata-rata sampel } \bar{X}_2 = \sum_{i=1}^{n_2} \frac{X_{2i}}{n_2}$$

4. Hitung rata-rata sampel total $\bar{X} = (n_1 \bar{X}_1 + n_2 \bar{X}_2) / (n_1 + n_2)$

5. Jika $\frac{\bar{X}_1 - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n_1}} < -L_1$ atau $L_1 < \frac{\bar{X}_1 - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n_1}}$ dan jika $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n_1 + n_2}} < -L_2$ atau

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n_1 + n_2}} > L_2 \text{ maka proses dipertimbangkan dalam keadaan } \textit{out-of-control},$$

sebaliknya maka proses dipertimbangkan dalam keadaan *under-control*.

Diberikan $\bar{Z}_1 = (\bar{X}_1 - \mu_0) / (\sigma / \sqrt{n_1})$ dan $\bar{Z} = (\bar{X} - \mu_0) / (\sigma / \sqrt{n_1 + n_2})$. Probabilitas mempertimbangkan proses dalam keadaan *under-control* (pada saat tidak terjadi penyimpangan dari nilai rata-rata proses atau $\mu = \mu_0$) pada saat observasi tahap

pertama dan observasi tahap kedua dinotasikan sebagai $P_{a1} = \Pr[\bar{Z}_1 \in I_1 | \mu = \mu_0]$ dan

$P_{a2} = \Pr[\bar{Z}_1 \in I_2 \text{ dan } \bar{Z} \in I_3 | \mu = \mu_0] = \Pr[\bar{Z}_1 \in I_2 | \mu = \mu_0] \cdot \Pr[\bar{Z} \in I_3 | \mu = \mu_0]$. $\bar{Z}_1 \in I_2$ adalah suatu keadaan harus meneruskan dengan observasi tahap kedua dan $\bar{Z} \in I_3$ adalah suatu keadaan proses dipertimbangkan dalam keadaan *under-control* pada observasi tahap kedua. Dimana $\Pr[\bar{Z}_1 \in I_1 | \mu = \mu_0] = \Phi[L_1] - \Phi[-L_1]$,

$\Pr[\bar{Z}_1 \in I_2 | \mu = \mu_0] = \{1 - \Phi[L_1] + \Phi[-L_1]\}$, dan $\Pr[\bar{Z} \in I_3 | \mu = \mu_0] = \Phi[L_2] - \Phi[-L_2]$. Sehingga probabilitas proses dipertimbangkan dalam keadaan *under-control* pada saat tidak terjadi penyimpangan nilai rata-rata proses atau $\mu = \mu_0$ adalah $P = P_{a1} + P_{a2}$. Diasumsikan karakteristik *output* proses berdistribusi normal $N(\mu, \sigma^2)$.

Probabilitas proses dipertimbangkan *under-control* untuk sebuah penyimpangan dari nilai rata-rata proses sebesar $\delta = (\mu_0 - \mu) / \sigma$ adalah probabilitas kesalahan tipe II (β), didefinisikan sebagai berikut:

$$\beta = \Phi[M_1 + \delta\sqrt{n_1}] - \Phi[-M_1 + \delta\sqrt{n_1}] + \{1 - \Phi[M_1 + \delta\sqrt{n_1}] + \Phi[-M_1 + \delta\sqrt{n_1}]\} \cdot \{\Phi[M_2 + \delta\sqrt{n_1 + n_2}] - \Phi[-M_2 + \delta\sqrt{n_1 + n_2}]\}$$

Dimana $\Phi[M_1 + \delta\sqrt{n_1}] - \Phi[-M_1 + \delta\sqrt{n_1}]$ ($\Pr[\bar{Z}_1 \in I_1 | \mu = \mu_0 + \delta\sigma]$) adalah probabilitas proses dipertimbangkan dalam keadaan *under-control* pada observasi tahap pertama pada keadaan terjadi penyimpangan sebesar δ . Sedangkan $\{1 - \Phi[M_1 + \delta\sqrt{n_1}] + \Phi[-M_1 + \delta\sqrt{n_1}]\} \cdot \{\Phi[M_2 + \delta\sqrt{n_1 + n_2}] - \Phi[-M_2 + \delta\sqrt{n_1 + n_2}]\}$ adalah perkalian antara probabilitas untuk meneruskan dengan observasi tahap kedua pada saat terjadi penyimpangan sebesar δ ($\{1 - \Phi[M_1 + \delta\sqrt{n_1}] + \Phi[-M_1 + \delta\sqrt{n_1}]\} = \Pr[\bar{Z}_1 \in I_2 | \mu = \mu_0 + \delta\sigma]$) dan probabilitas proses dipertimbangkan dalam keadaan *under-control* pada observasi tahap kedua pada keadaan terjadi penyimpangan sebesar δ ($\{\Phi[M_2 + \delta\sqrt{n_1 + n_2}] - \Phi[-M_2 + \delta\sqrt{n_1 + n_2}]\} = \Pr[\bar{Z} \in I_3 | \mu = \mu_0 + \delta\sigma]$).

Average run length (ARL) dan ekspektasi ukuran sampel total diberikan dalam persamaan berikut:

$$ARL = 1 / (1 - \beta)$$

dan $E(\text{ukuran sampel total}) = n_1 + n_2 \cdot \Pr[\bar{Z}_1 \in I_2 | \mu = \mu_0]$

ARL adalah rata-rata jumlah pengamatan yang dibutuhkan sebelum ada sinyal *out-of-control*. Ekspektasi ukuran sampel total adalah ukuran sampel total yang diharapkan untuk digunakan dalam melakukan pengendalian proses.

Model Optimisasi Peta Kendali \bar{x} DS Baru

Model optimisasi yang dikembangkan dalam penelitian ini bertujuan untuk memaksimalkan *power* peta kendali \bar{x} DS baru. Model optimisasi ini mempunyai dua pembatas, yaitu ekspektasi ukuran sampel total sama dengan n dan probabilitas kesalahan tipe I sebesar α (probabilitas untuk menyatakan proses *out-of-control* pada keadaan *under-control*). Formulasi model optimisasi peta kendali \bar{x} DS baru adalah sebagai berikut.

$$\text{Max}_{L_1, L_2} \{1 - \Phi[L_1 + \delta\sqrt{n_1}] + \Phi[-L_1 + \delta\sqrt{n_1}] - (1 - \Phi[L_1 + \delta\sqrt{n_1}] + \Phi[-L_1 + \delta\sqrt{n_1}]) \cdot \{\Phi[L_2 + \delta\sqrt{n_1 + n_2}] - \Phi[-L_2 + \delta\sqrt{n_1 + n_2}]\}$$

dengan batasan

$$1. E[\text{ukuran sampel total} | \mu = \mu_0] = n, \text{ maka}$$

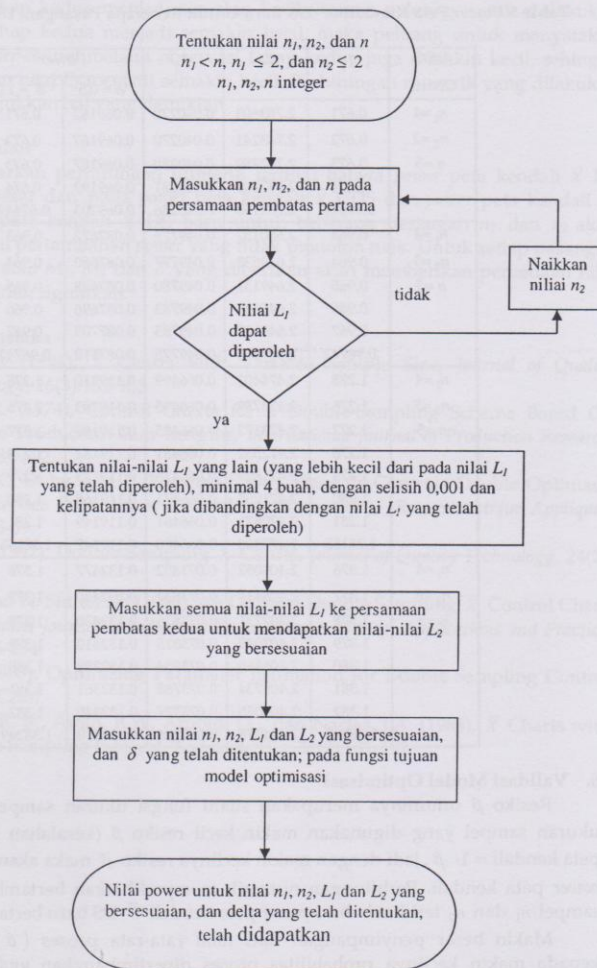
$$n_1 + n_2 \cdot \Pr[\bar{Z}_1 \in I_2 | \mu = \mu_0] = n \Leftrightarrow n_1 + n_2 \cdot \{1 - \Phi[L_1] + \Phi[-L_1]\} = n$$

Pengembangan Prosedur dan Model Optimisasi Peta Kendali \bar{x} Double Sampling Baru (Sutrisno)

2. $\Pr[\text{Out-of-Control} \mid \mu = \mu_0] = \alpha$, maka
 $(1 - \Phi[L_1] + \Phi[-L_1]) \cdot (1 - \Phi[L_2] + \Phi[-L_2]) = \alpha$

5.5 Algoritma Penyelesaian Secara Numerik Model Optimisasi Peta Kendali \bar{x} DS Baru

Tahap-tahap perhitungan secara numerik terhadap model optimisasi peta kendali \bar{x} DS baru dapat dibuat dalam suatu *flowchart* seperti Gambar 5 berikut.



Gambar 4 Tahap-tahap Perhitungan Secara Numerik

Model Optimisasi Peta Kendali \bar{X} DS Baru

Perhitungan Numerik Dari Model Optimisasi Peta Kendali \bar{X} DS Baru

Tabel 6 menunjukkan *power* peta kendali \bar{X} DS baru untuk setiap perubahan sebesar 0, 5 dan 1,0 deviasi standar pada beberapa pasangan $n_1 = 4$ dan $n_2 = 2, 3, 5,$ dan 6 serta satu buah ekspektasi ukuran sampel total, yaitu $n = 5$.

Table 5 *Power* Peta Kendali \bar{X} DS Baru Untuk Beberapa Pasangan Ukuran Sampel

DDS Charts	L_1	L	L_2	Power	
				$\delta = 0.5$	$\delta = 1.0$
$n_1 = 4$ $n_2 = 2$ $n = 5$	0.671	2.783603	0.040270	0.069162	0.671
	0.672	2.783241	0.040270	0.069167	0.672
	0.673	2.782759	0.040280	0.069187	0.673
	0.674	2.782398	0.040281	0.069193	0.674
	0.67449	2.782158	0.040286	0.069203	0.67449
$n_1 = 4$ $n_2 = 3$ $n = 5$	0.963	2.650137	0.049775	0.087672	0.963
	0.964	2.649633	0.049777	0.087680	0.964
	0.965	2.649131	0.049780	0.087688	0.965
	0.966	2.648628	0.049783	0.087696	0.966
	0.967	2.648127	0.049785	0.087703	0.967
	0.96742	2.647876	0.049775	0.087712	0.96742
$n_1 = 4$ $n_2 = 5$ $n = 5$	1.275	2.474401	0.066499	0.119210	1.275
	1.276	2.473759	0.066495	0.119203	1.276
	1.277	2.473172	0.066485	0.119188	1.277
	1.278	2.472532	0.066481	0.119181	1.278
	1.279	2.471893	0.066476	0.119173	1.279
	1.280	2.471255	0.066471	0.119165	1.280
	1.281	2.470671	0.066461	0.119149	1.281
	1.28155	2.470300	0.066460	0.119147	1.28155
$n_1 = 4$ $n_2 = 6$ $n = 5$	1.376	2.409052	0.073852	0.132477	1.376
	1.377	2.408414	0.073837	0.132450	1.377
	1.378	2.407731	0.073826	0.132430	1.378
	1.379	2.407049	0.073815	0.132410	1.379
	1.380	2.406368	0.073804	0.132389	1.380
	1.381	2.405734	0.073788	0.132361	1.381
	1.382	2.405055	0.073777	0.132340	1.382
	1.38299	2.404378	0.073766	0.132319	1.38299

6. Validasi Model Optimisasi

Resiko β umumnya merupakan suatu fungsi ukuran sampel, makin besar ukuran sampel yang digunakan makin kecil resiko β (kesalahan tipe II). *Power* peta kendali = $1 - \beta$, jadi dengan makin kecilnya resiko β maka akan meningkatkan *power* peta kendali. Perhitungan numerik memperlihatkan bertambahnya ukuran sampel n_1 dan n_2 terlihat bahwa *power* peta kendali \bar{X} DS baru bertambah besar.

Makin besar penyimpangan dari nilai rata-rata proses (δ), berimplikasi kepada makin kecilnya probabilitas proses dipertimbangkan *under-control* pada keadaan *out-of-control* (β). Perhitungan numerik memperlihatkan, bahwa dengan

bertambahnya penyimpangan dari rata-rata proses (δ) akan menyebabkan makin besarnya *power* peta kendali. Hal itu dapat dimengerti karena $power = 1 - \beta$.

Pada perhitungan numerik terlihat bahwa dengan naiknya nilai L_1 akan menyebabkan turunnya nilai L_2 . Hal tersebut dapat dibenarkan karena dengan naiknya nilai L_1 berarti kemungkinan sampel pertama untuk diterima (dalam keadaan *under-control*) bertambah besar, sehingga peluang untuk melakukan observasi tahap kedua menjadi semakin kecil. Karena peluang untuk melakukan observasi tahap kedua menjadi semakin kecil, maka peluang untuk menyatakan keadaan *under-control* melalui observasi tahap kedua juga semakin kecil, sehingga menyebabkan nilai L_2 menjadi semakin kecil. Perhitungan numerik yang dilakukan telah menunjukkan hal yang demikian.

7. Kesimpulan

Berdasarkan perhitungan numerik terlihat bahwa *power* peta kendali \bar{x} DS baru lebih besar dari pada *power* peta kendali \bar{x} CDS dan *power* peta kendali \bar{x} DDS. Pada peta kendali \bar{x} DS baru untuk beberapa pasangan n_1 dan n_2 akan menghasilkan pertambahan *power* yang tidak monoton naik. Untuk setiap pasangan n_1, n_2, L_1, L_2 atau M_1, M_2 dan δ yang diberikan akan memberikan perbedaan nilai *power* yang tidak signifikan.

8. Daftar Pustaka

- Costa, F.B.A. (1994), \bar{x} Charts with Variable Sample Size, *Journal of Quality Technology*, 26(3):155-163
- Croasdale, R. (1974), Control Charts for a Double-Sampling Scheme Based On Average Production Run Lengths, *International Journal of Production Research*, 12(5), 585-592.
- Daudin, J.J., C. Duby, and P. Trecourt (1990), Plans de Controle Double Optimaux (Maitrise des Procèdes et Controle de Reception), *Rev. Statistique Appliquee*, 38(4), 45-59.
- Daudin, J.J. (1992), Double Sampling \bar{x} Charts, *Journal of Quality Technology*, 24(2), 78-87.
- Irianto, D., and N. Shinozaki (1998), An Optimal Double Sampling \bar{x} Control Chart, *International Journal of Industrial Engineering - Theory, Applications and Practice*, 5(3), 226-234.
- Irianto, D. (2005), Optimizing Parameter Estimation for Double Sampling Control Chart, *ICAM*
- Reynolds, M.R. Jr., Amin, R.W, Arnold, J.C. dan Naclas, J.A. (1988), \bar{x} Charts with Variable Sampling Interval, *Technometrics*, 30(2):181-192.